

## 為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)

### 效用極大化的 Marshall 模型與無意義的邊際效用遞減法則

林忠正\*

中央研究院經濟所研究員  
國立政治大學財政系教授  
國立交通大學經營管理研究所教授  
台北市南港區(115-41)研究院路2段128號  
中央研究院經濟所  
電話: 886-2-2782-2791 轉 507  
電子信箱: [cclin@econ.sinica.edu.tw](mailto:cclin@econ.sinica.edu.tw)

2015年10月3日 - 2015年12月31日



---

\*謝謝林曉珮助理非常有效率的協助，也很謝謝政大財政所江若妘同學的細心校稿。

## 為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)

### 效用極大化的 Marshall 模型與無意義的邊際效用遞減法則

[摘要] Jean-Sébastien Lenfant (2006)在一篇發表於《政治經濟史》(*History of Political Economy*)名為〈互補性和需求理論：從 20 世紀 20 年代至 40 年代〉(Complementarity and demand theory: From the 1920s to the 1940s)的經濟史論文中，於文章開頭的地方提到：「消費需求理論的歷史通常被看作是從簡單的馬歇爾設計轉變至功能強大的希克斯形式的需求理論的表述方式。曾經，有人這樣說，馬歇爾形式的『需求法則』遇到序數主義的原則，通過序數原則逐步將馬歇爾形式的『需求法則』改造成具有現代科學所有屬性的一個美麗的需求理論。」換句話說，需求理論迄今的歷史發展事實是：需求法則由建立在邊際效用遞減法則的核心概念之上的 Marshall 式的需求理論，被逐漸地取代或革命性地轉化為建立在邊際替代率遞減法則的核心概念之上的 Hicks 式的需求理論。本文採用明確的經濟模型解釋為何效用極大化的 Marshall 需求理論是一項有嚴重缺失的不科學的理論，因此必須被掃進歷史的灰燼之中，或必須擺進經濟學的歷史博物館中。主要原因是 Marshall 式的古典需求理論的核心概念邊際效用遞減是不科學的標誌，因為此老式的概念是無法容納於先進精巧的立基於序數效用概念的 Hicks 式的需求理論之中。

**JEL 分類: B120, B130, B210, D010**

## 1. 需求理論的發展階段

在現代個體經濟學通用的需求或消費理論中，所採用的「效用理論」稱為「序數效用分析法」(ordinal utility approach)，<sup>1</sup>這套需求理論由 Pareto (1909)在《政治經濟手冊》中提出原始的創意，而由 Slutsky (1915)與 Hicks and Allen (1934)的論文完成理論核心內涵的建構任務。

當然，「序數效用分析法」或常稱為「無異曲線分析法」的最主要推廣者，無疑地首推英國著名的經濟學家 John Richard Hicks。自從 Hicks 於 1939 年發表《價值與資本》(*Value and Capital*)一書迄今，八十年來經濟學學術社群以這套需求理論為起步，或許我們可以說以此理論作為源頭性的「遺傳基因」，漸漸演化與建構出今日取得主導地位的個體選擇理論，而個體選擇理論是今日強調個體基礎的後續的龐大理論體系的基礎。因此，我們不可能過度強調 Hicks 與這套需求理論，對塑造今日經濟理論的外貌和內涵、以及型塑經濟學家的思維與看世界的方式所產生深遠衝擊的重要性。從這個角度來看，我們不得不推崇 Hicks 是真正非常偉大的當代主流經濟理論的建構者。

在《價值與資本》付梓後，大約又過十七個年頭後，Hicks (1956)又發表了一本專門探討「顯現性偏好理論」的專書，書名稱叫做《需求理論之修正》(*A Revision of Demand Theory*)。於該書的第一篇第一章第二段開始時，Hicks 提到，到他發表此書時，過去的四分之三世紀當中，需求理論經過了四個可以清楚辨別的階段。<sup>2</sup>這四個階段包括：

「在有需求理論的四分之三世紀當中，需求理論經過了四個可以清楚辨別的階段。第一階段的高潮是 Marshall (1920)的《經濟學原理》。我們不必追溯到 Marshall 以前，因為在他以前關於這個課題的著作對我們沒有多大幫助。而 Marshall 的著作，至今還是經典；他在《原理》第三篇裡面講的幾乎每一件事至今仍然有它的價值，因而應該用某種形式或其他形式予以保存。而且 Marshall 所談的事物都是真正重要的事物。雖然 Marshall 的理論中心加上較新的附著物時，看起來與本來

<sup>1</sup> Debreu (1959)在「完整性」(completeness)、「反身性」(reflexivity)、「遞移性」(transitivity)、「連續性」(continuity)與「單向遞增性」(strong monotonicity)等偏好公設下，運用數學證明搭起「偏好理論」與「序數效用分析法」的橋樑。

<sup>2</sup> John Richard Hicks 的 *A Revision of Demand Theory* 專書，圖書館中有一中譯本出自邢慕寰(1967)之筆，該書譯名為《需求理論之修正》，為台灣銀行經濟研究室所發行。

面目頗不相同，我們應該認清這個中心依然存在。在某些方面，我們儘管用不同的說法，但是我們要討論的關於這個範疇的中心部分的本質還是和 Marshall 所討論的一樣。

從這個觀點去看，Marshall 後繼人的著作都可視為他的分析方法的推廣，以便容納較他試圖討論的更複雜的問題。這正是這些人的努力在最後所做到的。但是在這個發展過程之中，在研究途徑上比較重要的變動亦時有出現。如果我們看看應該劃歸第二階段的 Pareto 所著的《政治經濟手冊》(義大利文原本 1906 年出版)，就知道其主要貢獻是提出更廣的問題。Marshall 理論的佈局，是為著應付他的局部均衡分析方法的需要(以便集中注意力於用其他商品表示的某一種商品的需求上面)<sup>3</sup>；而 Pareto 的理論的出發點，卻是朝著一般均衡的方向：即一組數量(各種不同商品的需求量)取決於一組價格。因此 Pareto 認為 Marshall 的理論不過是他自己的理論的一個特殊情形—這種情形可由他自己的理論裡面單獨變動一項價格而保持其他價格不變推演出來。不過 Pareto 在其所提出的更廣的問題上的成就，實際上還不如 Marshall 在比較狹隘的問題上的成就。他的理論不如 Marshall 的理論實在；雖然他增加了我們對於價格體系運行的了解，卻沒有提出一個易於應用的理論。第三個發展階段包括在這一方面改進 Pareto 理論的若干努力，這個階段可以說開始於 Johnson<sup>4</sup>和 Slutsky<sup>5</sup>的著名論文，一直到我自己的《價值與資本》(1939)。

我們可以說，這一群經濟學家在使 Pareto 的理論更為有用，同時使 Marshall 和 Pareto 的理論條理結合起來的方向上有一些進展。值得注意的是，儘管現在用的名詞與圖解工具仍舊是 Pareto 的，但是理論的實質卻愈來愈接近 Marshall。隨著時間的前進，名詞差別的重要性必然遞減。

<sup>3</sup> 作者補充：在這一點上，我與 Hicks 的看法不同，Marshall 有可能與我一樣是主張以錢買東西的交易理論，而非分配一筆所得於各種物品的分配理論。所以，Marshall 不是集中注意力於用其他商品表示的某一種商品的需求上面，而是聚焦於在持有現金與購買商品兩者之間作抉擇。兩者意思接近，但不完全一樣。

<sup>4</sup> W. E. Johnson. "The Pure Theory of Utility Curves" (*Econ. Jour.* 1913)。

<sup>5</sup> E. Slutsky. "Sulla teoria del bilancio del consumatore" (*Giornale degli Economisti*, 1915)。

從某些觀點（這些都是重要觀點）著眼，這就是第三階段結束時的情形。

...

第四階段(作者說明：指顯現性偏好理論)的開始（也許不是結束）應該與 Samuelson 的《經濟分析的基礎》(*Foundations of Economic Analysis*, 1947)連繫起來。」

事實上，對照地，Marshall (1920)在其巨著《經濟學原理》(*Principles of Economics*)，第三篇「慾望及其滿足」第一章「引言」的第二節中，就提到有三項原因，使得對消費的研究在他的時代才開始變得重要了：<sup>6</sup>

**有幾個原因正使得對消費的研究占顯著地位** 一直到最近為止，需求或消費這個題目多少受到一些忽視。因為如何使我們的資源做最佳利用這一問題雖然重要，但就其牽涉到個人支出這一層面來講，被認為不適宜於使用經濟學的分析方法。一個有很多生活經驗的人，其所有的普通常識在這些事情上所給予他的啟發，要較微妙的經濟分析所給予的為多；而直到最近，經濟學家對這一個題目討論得很少，因為他們對於不是為所有有見識的人所共有的對象，便不願多說話。但是近來有幾個原因湊在一起，使這個題目在經濟學的討論中占了較顯著的地位。

**第一個原因** 第一個原因是有一種不斷增長的信念，認為李嘉圖在分析決定交換價值的原因時，不成比例地重視生產成本的習慣，已經對經濟分析產生了損害。因為雖然李嘉圖本人及其主要信徒，了解需求條件在決定價值當中與供給條件同等重要，但他們並沒有將他們的意思很清晰地表示出來，除了極其仔細的讀者外，他們已為所有的讀者所誤解了。

**第二個原因** 第二，在經濟學裡已養成一種精確的思維習慣，對於據

<sup>6</sup> 本中文譯文主要出自王作榮(1965)之手，該書譯名為《經濟學原理》，此書為台灣銀行經濟研究室發行的「綠皮書」序列中的一本。



以推理的許多前提，都能更注意到要以更清晰的方式提出來。這種注意的加強，部分是由於有些學者應用了數學語言和數學思維習慣。應用複雜數學公式能否得到很多益處，殊值懷疑；但是運用數學的思維習慣則有很大的幫助，因為它使得人們在未能十分確定問題以前，不去考慮問題；同時還使得他們在從事進一步的工作以前，必須要知道什麼是和什麼不是他們所要擔任的。

由於這一點，轉而迫使對所有經濟學的主要觀念都要作更仔細的分析，特別是需求；因為僅是為了對如何量度對東西的需求，作較清晰的陳述，便已開啟了經濟學主要問題的新境界。而需求的理論雖然尚在幼稚階段，但我們已經能夠看出，頗有可能就消費的統計資料加以收集與整理，以協助對公共福祉有很大重要性的困難問題的解決。

**第三個原因** 最後，時代精神使我們更密切地注意到，財富不斷增加應否會與促進普遍福利相配合，不要差距太遠。這一問題，又迫使我們對於任何一種財富，無論是供公共使用或個人使用，以其交換價值代表快樂與福利的增加，正確程度如何，要加以檢討。」

由於 Marshall 與 Hicks 無疑地都是他們身處時代需求理論權威中的權威，既然 Hicks (1956) 都寫出「第一個階段的高潮，是 Marshall (1920) 的《經濟學原理》，我們不必追溯到 Marshall 以前，因為在他以前關於這個課題的著作對我們沒有多大幫助。」的說法，而 Marshall 也認為在他之前需求理論不受重視。所以需求理論的回顧與介紹，通常不管 Marshall 之前的發展狀況，而由 Marshall 的需求理論或由他綜合的邊際三傑的理論開始介紹起，接著就轉向介紹 Pareto-Slutsky-Hicks-Allen 的序數效用分析法或無異曲線分析法。

## 2. 現代個體理論的標準敘述方式

雖然，Hicks 宣稱需求理論可以分成四個階段，但是，迄今，需求理論或需求法則歷史發展的主要脈絡，是由建立在邊際效用遞減法則的核心概念之上的 Marshall 式需求理論，被革命性地取代為建立在邊際替代率遞減法則(無異曲線分析法)的核心概念之上的 Hicks 式需求理論。然後，從此，正如 Bernardelli (1952) 感慨地說：「所有作者一直

硬將經濟學的問題強迫性地塞入偏好尺度和邊際替代率的緊身衣中…為何任何人都應該被限制去遵守唯有無異曲線的斜率的性質才應該被使用來公式化經濟學法則的幻象規則（其中似乎沒有什麼權威可言）？」並且邊際效用遞減法則只能進入經濟學的歷史博物館中供後人憑弔與懷舊了。

需求理論為何會發生如此巨大的轉變呢？為何邊際效用遞減法則會由需求理論的核心變成過時的應該被拋棄的概念呢？

我們先看看教科書怎麼說？藉此，回憶一下，我們以前從教科書的論述中會得到怎樣的觀念，是否能因此獲得對此問題的充分且正確的理解。

經濟學的教科書在介紹現代需求理論之時，究竟是以怎樣的方式與態度來述說這種劇烈的歷史性轉變的原因呢？

我選取一些經濟學原理與個體經濟學教科書的例子，說明現代教科書關於建立於邊際效用遞減法則的需求理論之所以被淘汰的標準敘述方式。我發現台灣與美國的教科書對此問題的標準敘述方式有所差異，所以先舉幾個國內教科書的例子，再以一些美國教科書為例說明，並進行簡單比較。

## 2.1 台灣的教科書

施建生老師認真嚴肅的大作《經濟學原理》是我大學一年級時所讀的經濟學的啟蒙書籍。令人尊敬、和藹可親且治學認真的施建生(1992, pp. 58-70)老師，在其 1992 年第十版的〈第 5 章 消費者的選擇〉中，先詳盡地介紹了邊際效用與邊際效用遞減的概念，然後說明 Marshall 式的消費者均衡條件，再接著介紹 Hicks 式的需求理論。

施建生老師的書，如是說：

經濟學上對增加(或減少)一個單位貨物之消費所增加(或減少)的效用稱為邊際效用(marginal utility)。所謂邊際，是指數量上微小的變化而言…如果我們假設第一杯茶所給我們的效用為 70 個單位，這時的邊際效用就是 70 個單位，因為原來沒有喝茶，當然沒有效用，現在喝一杯就得到 70 個單位，這自然就是增加的效用。第二杯所給我們的是

50 個單位，則這時的邊際效用就為 50。喝第三杯時所增之效用更不如前，假定其為 35，那麼，這時的邊際效用就為 35。如果照上列之所述，我們不斷地喝下去，則每增一杯的邊際效用都要遞減。到了第十二杯時，其所增加的效用就等於零。如果再增加下去，則會產生負效用，故為一負數。如果我們都是理性的消費者的話，自然不會這樣做。由此可見，一物的邊際效用是會隨其數量之增加而遞減的；同時又由於這種現象是普遍存在於各種貨物的，於是就以定義視之，稱之為**邊際效用遞減律**(law of diminishing marginal utility)。因此所謂**邊際效用遞減律**是假定在某一特定時間內消費者對於各物的偏好程度都無變化，則當他增加該物之消費時，其所能獲得的邊際效用在初期也許會增加，但到了相當數量以後，如再繼續消費下去，則其所獲得的邊際效用必會遞減。

...

上節我們已簡單地提出邊際效用遞減律，這對於消費者行為的了解是很關緊要的。...

現在我們提出一個關於消費者選擇的基本原則：**這就是如果消費者之貨幣所得為固定，而市場中各物價格亦為已知，那麼他必須使其所購到的各種貨物對其所產生的邊際效用與其所付的價格都成比例。**這也就是說，他要使其所得中之每元所能收到的邊際效用都相等...

...

...才能說已將其貨幣所得完善地使用了，而自己的慾望也得到了最大的滿足。這就是消費者的均衡(consumer's equilibrium)。

以上所討論的乃依據邊際效用這一概念而進行的，一般稱之為邊際效用分析。這種分析方法是 1871 年以來三位傑出經濟學家不約而同地提出來的：他們是奧國的孟格(Carl Menger, 1840-1921)，英國的吉達斯(William Stanley Jevons, 1835-1882)與瑞士的華爾拉(Leon Walras, 1834-1910)。後來乃馬夏爾發揚光大，加以系統地敘述，而終成為一套



最流行的分析方法。但是，這種分析方法卻有一極大的缺點…所謂效用實是一個存在於每個人內心的概念，是完全主觀的，是很抽象的。我們對於這種主觀的抽象的概念要加以測度，實不可能。因而也就無法將其互相比較了。於是上列各位學人也就只得假定其可以測度而從事分析。但是，儘管如此，這畢竟是一種無法驗證的假設，自不能不視為是一種缺點。

近來為了補救這一缺點，許多經濟學人就放棄這種假設而代以另一比較可靠的論據。他們認為當消費者面對各種消費品之組合時儘管不能道出各種組合之效用數量，但必都能判別出何一組合能產生較多的效用，而可據而排出一種優先次序。實際上，我們如要研究消費者的行為，只要知消費者對於各物取捨的先後次序就夠了，並不需確知各物對於消費者所能產生之效用的實際數量。<sup>7</sup>唯其如此，乃有所謂的**無異曲線**(indifferent curve)的提出。同時由於這種曲線所重視的是消費品對於消費者所能產生之效用的大小次序(第一、第二、第三等等)，並不問所產生之效用的實際數量(1、2、3 等等)，所以一般稱為**序數效用分析法**(ordinal utility approach)。同樣地，正由於上述的邊際效用分析法是著重於效用的實際數量，故又稱為**基數效用分析法**(cardinal utility approach)。<sup>8</sup>

張清溪與劉鶯釗老師等人(2004)的大作《經濟學：理論與實際》是台灣經濟學教科書，朝向生活化、實例化與趣味化等現代化的第一本基礎教科書，一本開風氣之先而具有里程碑意義的書籍。急公好義的張清溪老師與令人尊敬與懷念的劉鶯釗老師在其《上冊》的〈第5章 效用與消費者的選擇〉中，也是先介紹了邊際效用與邊際效用遞減的概念，然後說明 Marshall 式的需求理論，再接著介紹 Hicks 式的需求理論。

張老師等人的書，如此寫道：

<sup>7</sup> 作者補充，正確地說，應該是消費者能說出一物與標準的效用單位(如貨幣的邊際效用)之間的比重。

<sup>8</sup> 作者補充，「基數效用」這個術語，在效用理論中被賦予太多意義。正確地說，在序數效用革命之前，還沒有出現「基數效用」這個術語，此字眼是在序數效用革命的過程中同時出現的。這術語是用來指只能進行正向線性轉換的效用函數概念，以別於能進行單調轉換的序數效用概念。在序數效用革命之前的效用可衡量概念，適合稱為古典的效用可衡量概念。其效用可衡量性是指存在一個標準的邊際效用單位，以作為測量單位的意義。相關的論述與概念，請參考 Moscati (2013) 或此文作者在此序列中的相關文章。

人類為滿足慾望而有消費行為。消費之後，獲得的滿足程度，就稱為效用。效用是消費者主觀的效用，其大小因人因物而異…

通常，消費者對之消費數量愈多，總滿足程度愈大，但每增加一單位物品的消費所增加的滿足則可能遞減。經濟學稱此種現象為總效用(total utility, 簡稱為 TU)增加，邊際效用(marginal utility, 簡稱為 MU)遞減。

…

…一個人在一定時間內對特定物品的消費過程中，總效用通常是一直增加，而邊際效用一開始時可能有遞增的時候，但隨著消費數量的不斷增加，邊際效用一定會有逐漸減少的現象。這種在一段時間內，邊際效用一定會有遞減的現象就稱為邊際效用遞減法則(Law of Diminishing Marginal Utility)。

…

…消費者要達效用最大，必須滿足這個條件：「花在各物品的最後一塊錢的邊際效用，必須相等」；否則的話，他所獲得的總效用必然不是最大。

…

…我們…解釋「何以需求曲線是負斜率」的道理：因為邊際效用遞減，而為了使總效用最大，消費者願付的價格是決定於邊際效用的。由此可知，消費者追求效用最大的行為，只要物品的邊際效用遞減，而貨幣的邊際效用固定，自然會產生負斜率的需求線…

…

然而，邊際效用分析法有一項明顯的缺點，即這種分析法是基於效用的「可測性」來加以說明，也就是假定消費者對任何物品所給予他的滿足程度(亦即效用)，都可以說出一個明確的數字來…實際上，效

用的可測性卻是非常不容易做到的。

通常，消費者對於各種物品的喜好程度，比較容易排列出大小順序來(那個比較大、那個比較小)。但如果要求他對每樣東西的效用都說出一個明確的數值，恐怕就很困難了…

既然「效用可測性」的假設並不實際，我們就希望能不用這個假定，而以一個比較可行的方式來說明消費者的選擇行為。**無異曲線**(indifference curve)就是一個很實用的替代分析工具，它只利用到消費者對各物品「效用大小的排序」。而不需要衡量「效用數值」，因此可以彌補邊際效用分析法的缺點。無異曲線分析法應用的範圍很廣，幾乎可以適用於所有的**選擇**問題。

當然，我們還可以在其他很多的教科書中，如郭婉容(1992)、以及其他的教科書中，發現類似的論述。因篇幅的考量，我們就此打住。

## 2.2 美國的教科書

Katz and Rosen (1994)的《個體經濟理論》(*Microeconomics*)，是我在讀博士班時在教大學二年級學生的個體經濟學課程時所用的教科書，但當時我並沒有注意到，在整本總共 705 頁的書中，找不到邊際效用遞減(diminishing marginal utility)這個術語，更令人驚訝的是，也找不到邊際效用(marginal utility)這個用語。

我們可以在他們書的索引中找到「邊際替代率遞減」(diminishing marginal rate of substitution)、「技術替代率遞減」(diminishing technical rate of substitution)、以及「邊際報酬遞減」(diminishing marginal returns)的用語，但不會找到任何一次「邊際效用遞減」的用詞。

我們也可以在他們書的索引中找到「邊際成本」(marginal cost)、「邊際要素成本」(marginal factor cost)、「邊際產出法則」(marginal output rule)、「邊際實物產出」(marginal physical product)、「邊際替代率」(marginal rate of substitution)、「邊際技術替代率」(marginal rate of technical substitution)、「邊際時間偏好率」(marginal rate of time preference)、「邊際轉換率」(marginal rate of transformation)、「邊際規模報酬」(marginal returns to scale)、「邊

際收益」(marginal revenue)、「邊際收益產出」(marginal revenue product)、以及「邊際評價表」(marginal valuation schedule)等，但卻偏偏在索引中找不到「邊際效用」的用詞。

在一本非常暢銷的個體經濟學教科書—Varian (1996) 的《中等個體經濟理論》(*Intermediate Microeconomics*)—書中的索引部分，也不能發現「邊際效用遞減」(diminishing marginal utility)這個用詞。你可以找到「邊際替代率遞減」(diminishing marginal rate of substitution)的術語，以及「技術替代率遞減」(diminishing technical rate of substitution)的用語，但在 650 頁的 Varian (1996)書中，你還是找不到任何一次「邊際效用遞減」的用詞。

同樣地，你也無法在以下的書(我書架上的一些書)中，找到邊際效用遞減的概念：Maddala and Miller (1989) 的《個體經濟學：理論與應用》(*Microeconomics: Theory and Applications*)、Landsburg (1976) 的《價格理論與應用》(*Price Theory and Applications*)、以及 Nicholson (1997) 的《中等個體經濟學暨其應用》(*Intermediate Microeconomics and Its Applications*)...等。

在 Gary Becker (1971)的精簡小書《經濟理論》(*Economic Theory*)中，我終於可以找到「所得的邊際效用遞減」用語，但他說：

然而效用遞減不能由消費者的行為推演而出；事實上，如果一人的所得邊際效用遞減，另外一位表現出同樣的一致行為的人其所得邊際效用可能是遞增的。<sup>9</sup>

換句話說，Gary Becker (1971)認為邊際效用遞減不是有用的概念，因為我們無法從個人的行為推出他的邊際效用到底是遞增還是遞減。因為不論是遞增邊際效用的個人還是遞減邊際效用的個人，可能表現出相同的行為。<sup>10</sup>

最後，如果你翻閱另一本研究所的知名個體經濟學教科書，Jehle and Reny (2011, 3<sup>rd</sup>,

<sup>9</sup> Yet diminishing utility cannot be derived from consumer behavior; indeed, if one utility had diminishing marginal utility of income, another one equally consistent with behavior would have increasing marginal utility of income.

<sup>10</sup> 或許，細心又博學的讀者會注意到，Becker (1988)在此否決掉總效用二次微分項正負的意義，但在其他論文中則又採取相反的互相矛盾的立場，例如關於上癮性的消費問題時，採用消費累積存量會影響消費流量的邊際效用的假設。

p.4-5) 的《高等個體經濟理論》(*Advanced Microeconomic Theory*)，你可以在該書中找到「邊際效用遞減法則」(Principle of Diminishing Marginal Utility)的用語。但作者提到此用語的目的不是為了介紹此概念以供後續的分析之用，而是用來說明為何後續的分析不會使用它。也就是，不是正面性地推崇此概念，而是為了負面性地貶抑這個概念。他們說：

…「邊際效用遞減原理」被接受作為一種心理「法則」，需求法則早期的論述是依賴於此法則。這些都是關於人類心智的內部運作非常可怕地強烈的假設。<sup>11</sup>

### 2.3 一些重要有趣的現象或涵義

我們由上述對一些教科書的查閱與比較中，可以發現一些特性。

首先，上述兩本很有代表性的台灣經濟學原理教科書會很正式地介紹邊際效用與邊際效用遞減的概念，並且先以主張這是很正常概念的立場出發，並正式地宣稱邊際效用遞減的現象是如此普遍與強烈以至於應該稱之為一項法則。然後，突然之間，立場一百八十度大轉變，批評邊際效用與邊際效用遞減概念是一種效用可衡量的效用概念，但效用可衡量(作者是指可以準確說出幾單位的效用)不是好的概念，所以必須要被效用數值只有大小次序有意義的無異曲線或序數效用分析法所取代。這種取代似乎是極度合情合理且具有百分之百正當性的必然後果，並且好像後來居上的序數效用理論是毫無缺點的完美理論的樣態。

但是，如果邊際效用與邊際效用遞減的概念是可衡量的，那應該一開始就不要採用這些概念，為何要在序數效用的概念出現之時，才被加以拋棄呢？所以為什麼邊際效用與邊際效用遞減律是一種效用可衡量的概念，以及為何會被淘汰應該會有更精確的故事情節才對。

更何況邊際效用與邊際效用遞減法則真的一定是一種效用可衡量的概念嗎？我就一直無法接受這種簡單的說法。因為，如果我對第一顆蘋果的偏好程度高於第二顆，並且對第二顆的偏好程度又高於第三顆，然後，我說對我來說，第一顆、第二顆、第三顆

<sup>11</sup> In addition, the 'Principle of Diminishing Marginal Utility' was accepted as a psychological 'law', and early statements of the Law of Demand depended on it. These are awfully strong assumptions about the inner working of human beings.

的邊際效用為(3, 2, 1)，或(5, 2, 1)，或(30, 21, 10)，或(300, 222, 1)，或(3000, 200, 101)...等，無窮多種數值組合，其實都可以表示我的偏好次序，也都可以表現出邊際效用遞減的精神。為何要說，邊際效用與邊際效用遞減的概念是可以準確說出效用是幾單位的效用可衡量的概念呢？上面我所舉的例子，明明邊際效用與邊際效用遞減都是只能排序的序數效用的概念，怎麼會是可以說出準確的效用單位的效用可衡量概念呢？這是應該要清楚解釋的重要疑問。

其次，在英語的教科書中卻常常連提到邊際效用遞減的概念都懶得提，連理都不想理它。好像邊際效用與特別是邊際效用遞減概念是世人皆知的錯誤概念一樣，不值得多費筆墨似的。如果提到邊際效用遞減的概念，卻是強調它是一個糟糕的概念。但卻沒有說明這背後的緣由到底是什麼？並且，接著就直接採用序數總效用的無異曲線分析法，其認真與充滿信心的論述方式，好像毫無疑問地序數效用理論是毫無缺點的真理一般的理論一樣。

這到底是為什麼呢？身為學生的時候，老師所選的教科書裡沒講明白，身為老師的時候，自己所選的教科書也沒有寫，所以很多老師與同學跟我一樣，並不清楚更不用說徹底了解為什麼邊際效用遞減原則與序數效用的基本理念無法並存而必須被淘汰出局的關鍵原因。為何看來很正常的 Marshall 式的需求理論，古典經濟學家開始思考消費行為時，所產生的最自然、最直覺、最直接、且最顯而易見的邊際效用遞減理論，今日卻只能與經濟學者與學生在經濟史的課程與書籍中相逢，而不適合在日常生活裡與嚴肅的經濟論文中成為經濟學者看世界的一種有用且合理的分析工具呢？<sup>12</sup>

這到底是為什麼呢？到底邊際效用遞減法則犯了怎樣的滔天大罪，而不得被處以「極刑」呢？

接著，我們先由經濟史的角度簡單點出其癥結，再利用數學模型非常明確地展示，為何效用極大化的 Marshall 需求理論必須要放入經濟學的歷史博物館中的緣故。

### 3. 為什麼 Marshall 需求理論被 Pareto-Slutsky-Hicks 序數效用理論所取代

<sup>12</sup> 背後的真正原因，真的是因為這些古典的經濟學家，這麼天真地認為效用是可以準確地說出幾單位的可衡量概念嗎？連我們這些普通經濟學家與經濟系的學生都不會這樣想，都不會相信這種說法，這些偉大經濟學家怎麼可能會犯下這樣嚴重的錯誤呢？我們最好實際看看一些相關文獻，看看他們在自己的書中怎麼說。有興趣的讀者可以參考 Moscati (2013)。



雖然 Hicks (1956)在《需求理論之修正》(*A Revision of Demand Theory*)書中的引言中，對 Marshall 需求理論多所推崇，這或許是為了彌補他在 1939 年發表《價值與資本》(*Value and Capital*)書中對 Marshall 的強力批評，但無論如何需求理論迄今的歷史發展事實是：需求法則由建立在邊際效用遞減法則核心概念之上的 Marshall 式的需求理論，被逐漸地取代或革命性地轉化為建立在邊際替代率遞減法則核心理念之上的 Hicks 式的需求理論。

誠如 Lenfant (2006)在一篇發表於《政治經濟史》(*History of Political Economy*)名為〈互補性和需求理論：從 20 世紀 20 年代至 40 年代〉(Complementarity and demand theory: From the 1920s to the 1940s)的經濟史論文中，於文章開頭的地方提到：「消費需求理論的歷史通常被看作是從簡單的馬歇爾設計轉變至功能強大的希克斯形式的需求理論的表述方式。曾經，有人這樣說，馬歇爾形式的『需求法則』遇到序數主義的原則，通過序數原則逐步將馬歇爾形式的『需求法則』改造成具有現代科學所有屬性的一個美麗的需求理論。」

為何會如此？

Hicks (1939)在《價值與資本》(*Value and Capital*)書中的〈第一篇 主觀價值理論〉的〈第一章 效用與偏好〉的第一節中說道：<sup>13</sup>

曾經佔據 Marshall 及其同輩許多心思的消費者需求原理，在本世紀遠不如以前受到注意。就英文的著作而論，Marshall 的《經濟學原理》的第三篇在這個題目上面仍然是空前絕響。Marshall 的需求理論，無疑地令人仰慕；然而使人驚異的是它一直保持著那種不受懷疑的優越。如果關於這個題目真的沒有太多話可說，如果 Marshall 的分析每一步都無可置辯，這種情形自然說得過去。然而實際情形顯然不是如此；已經有幾位經濟學家對 Marshall 的討論感覺很不自在，而它在實際上正是其他每一件事物所依據的最有問題的第一步。

現在先讓我們提醒我們自己關於 Marshall 的主要論點的概要：一個保有一定貨幣所得的消費者面對著價格已經決定了的消費者市場；

<sup>13</sup> 取自邢慕寰(1967)的中譯譯文。

問題是，他將如何分配支出在各種不同的貨品上面？為方便起見，我們設想貨品都按很小的單位供應，並假定消費者從他購買的貨品上面得到的效用數額是貨品數量的函數；並假定他將支配他的所得使效用數額盡可能成為最大。照 Marshall 的分析，只有在每一個方向的邊際單位支出都帶來同量效用增加時，消費者才能得到最大效用。因為假如達到這個地步，由某一方向移動支出到另一方向的結果，必將使支出減少的方向損失的效用超過支出加多的方向增益的效用所抵補的數額，由於邊際效用遞減法則，故無論如何移動支出，效用總額終會減少。由於商品的單位小，兩個連續單位邊際效用之差可以忽略，因此我們可用另一方式表現這個結論：即消費者所購各種貨品的邊際效用應與其價格恰成比例。

由此可知 Marshall 的論點，是由極大化總效用的觀念出發，藉邊際效用遞減法則達到消費者所購物品的邊際效用應與其價格恰成比例的結論。

但是消費者希求極大化的「效用」究竟是什麼？邊際效用遞減法則的正確根據又是什麼？關於這些課題，Marshall 並不能令人滿意，而 Pareto 對之均有進一步的闡明。

在 Hicks and Allen (1934)的知名論文中，其實已出現類似的言論。

與 Hicks 和 Allen 一同參加在 Robins 在倫敦政經學院所舉辦的研討會的一位同輩經濟學家，Bernadelli (1938)曾在英國倫敦政治經濟學院所發行的《經濟學刊》(*Economica*)中，發表〈邊際效用理論告終了嗎？〉(The End of the Marginal Utility Theory?)的文章，於文章一開頭的地方寫道：

最近對價值理論的研究成果已經使人們開始懷疑，邊際效用概念是否能為經濟理論提供一個適當的基礎。最近的研究成果顯示邊際效用概念至今一直被使用在數理經濟學的方式，是有爭議的，並且是不相容於效用事實上是不能以任何形式測量的一種密集度的、心理幅度的概念。據聲稱價值理論已經被重新建構，使得總效用和邊際效用基

本上是不可測量的特性在理論中已經是沒有任何可受懷疑的空間了，並且新理論應該已經顯示這兩概念之一，或兩者，都不能適合於重新建構的理論框架中。最近對價值理論的研究成果所得出的結論是，它們必須被消除，因為是「無意義的」(meaningless)和「不科學的」(unscientific)。<sup>14</sup>

邊際效用遞減法則為何會從 Marshall 式的需求理論的核心概念，轉變成是一種「無意義的」(meaningless)和「不科學的」(unscientific)概念，而應該被加以拋棄，並以邊際替代率的概念加以取代？

一言以蔽之，這背後真正的原因，就是序數效用的核心精神與邊際效用遞減法則是天生的宿敵，兩種概念是處於「你死我活」的尖銳對立狀態所造成的後果。

序數效用的核心概念是效用數值只有相對大小或排列次序有意義，效用數值之間的差值大小的比較沒有任何意義。因序數效用的「**第一個假設**」是經濟個體有能力對不同的選項組合進行偏好或效用排序。任何一個序數效用函數經過任何正向單調轉換(monotonic transformation)後所對應的新函數還是可以維持或表示原來的偏好次序。此時，邊際效用的變化率沒有受到規範，在可以用來表示相同偏好關係的總效用所各自對應的邊際效用變化率的符號正負無法維持恆定，所以邊際效用變化率正負在序數效用理論中是無意義的概念。

Hicks and Allen (1934)因序數效用單調轉換後不變而衍生的這項特性，而強力主張邊際效用遞減與 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 所採取的以總效用交叉二次微分項正負來定義替代品與互補品的概念，不能與效用只能排序的序數效用核心理念並存，必須加以棄置。

這就是為什麼，由 Allen (1934, *Econometrica*)與 Hicks and Allen (1934, *Economica*)開

---

<sup>14</sup> Recent inquiries, into the theory of value have made it appear doubtful whether the marginal utility concept provides a suitable basis for economic theory. The way in which this concept has been used in mathematical economics so far, it is contended, is incompatible with the fact that utility being an intensive, psychological magnitude cannot be subjected to any form of measurement. The theory of value, it is claimed, has to be reconstructed so that no doubt is left as to the fundamental immeasurability of total and marginal utility, and if it should turn out that either of these two concepts, or both, cannot be fitted into the reshaped framework, it is concluded that they must be eliminated as “meaningless” and “unscientific.”

始，很多經濟學家主張「邊際效用遞減法則」是基數效用理論的同義詞，並必須加以割捨棄置的關鍵原因。

這就是在英文教科書中，為何邊際效用遞減法則不見了的真正原因。

接著，我們以一個能捕捉極大化總效用的 Marshall 需求理論基本精神的特殊的消費者選擇模型，明確地展示為何序數效用的核心概念無法與效用極大化的 Marshall 需求理論並存的癥結。

#### 4. 效用極大化的 Marshall 需求理論

依據上述 Hicks 批評 Marshall 的論述說：

Marshall 的主要論點的概要：一個保有一定貨幣所得的消費者面對著價格已經決定了的消費者市場；問題是，他將如何分配支出在各種不同的貨品上面？為方便起見，我們設想貨品都按很小的單位供應，並假定消費者從他購買的貨品上面得到的效用數額是貨品數量的函數；並假定他將支配他的所得使效用數額盡可能成為最大。

...

由此可知 Marshall 的論點，是由極大化總效用的觀念出發，藉邊際效用遞減法則達到消費者所購物品的邊際效用應與其價格恰成比例的結論。

由這段論述，我們很容易傾向以一個標準的「預算限制下效用極大化的模型」來描繪 Marshall 的理論。Green (1976)在他當時頗為暢銷的《消費者理論》(Consumer Theory)的書中，就採取效用極大化的模型來描繪與介紹 Marshall 的需求理論。

依據 Moscati (2007)對經濟史文獻的整理，他發現一直到 1920 最後一版的《經濟學原理》，Marshall 需求理論如同稍早的邊際效用三傑的效用理論一樣，還是繼續隱而不顯地建構在可分離相加(additive separable)的效用函數的基礎上。<sup>15</sup>例如，Marshall 在談論到兩位消費  $x$  (蘋果) 和  $y$  (堅果) 而擁有效用函數  $u$  和  $v$  的消費者，他說：

<sup>15</sup> 請參考 Moscati (2007)的說明。

「艾奇沃斯教授的計畫，展示  $u$  和  $v$  為  $x$  和  $y$  的一般化函數形式的做法，對數學家具有強大吸引力；但它似乎較不適合用於詮釋經濟生活的日常事實，正如傑遜斯所做的，蘋果的邊際效用只是蘋果數量  $x$  的函數」(第 845 頁)。<sup>16</sup>

因此，我們可以將 Marshall 的消費者選擇理論中的效用函數設成可分離相加的形式。

假設一位擁有財富或所得水準  $M$  元的消費者，在面對單位價格是  $p$  元的  $x$  商品時，如何決定購買多少數量的  $x$  商品以及保留多少現金或所得  $m$  的決策情境下。總效用極大化的 Marshall 的需求模型，因此可設定如下：

$$(1) \quad \max_{x,m} U(x,m) = u(x) + v(m); \quad s.t. \quad px + m = M$$

其中，效用函數的一些性質是  $U_x = u_x > 0$ ， $U_{xx} = u_{xx} < 0$ ， $U_m = v_m > 0$ ， $U_{mm} = v_{mm} \leq 0$ ， $U_{xm} = U_{mx} = 0$ 。這個特殊模型有以下的一些主要特色：一是商品與現金的效用是可分離相加的(additive separable)效用函數，亦即彼此不會影響彼此的邊際效用  $U_{xm} = U_{mx} = 0$ ；二是商品的邊際效用為正  $U_x = u_x > 0$ ，但邊際效用遞減  $U_{xx} = u_{xx} < 0$ ；三是現金或貨幣的邊際效用是正  $U_m = v_m > 0$ ，但邊際效用遞減或為常數  $U_{mm} = v_{mm} \leq 0$ 。

將預算限制式  $m = M - px$ ，代入效用函數中，模型變成：

$$(2) \quad \max_x U(x, M - px) = u(x) + v(M - px)$$

令  $A \equiv U(x, M - px) = u(x) + v(M - px)$ ，一階條件為：

$$(3) \quad A_x = U_x - pU_m = u_x(x) - pv_m(m) = 0 \quad \text{或} \quad \frac{U_x}{U_m} = \frac{u_x}{v_m} = p$$

具有內部解時，二階條件要求：

$$(4) \quad A_{xx} = U_{xx} - 2pU_{xm} + p^2U_{mm} = u_{xx} + p^2v_{mm} < 0$$

<sup>16</sup> 'Prof. Edgeworth's plan of representing  $u$  and  $v$  as general functions of  $x$  and  $y$  has great attractions to the mathematician; but it seems less adapted to express the everyday facts of economic life than that of regarding, as Jevons did, the marginal utilities of apples as functions of  $x$  simply' (p. 845).

簡單的計算可得，所得變動對購買數量的效果為：

$$(5) \quad x_M = \frac{U_{xm} - pU_{mm}}{-A_{xx}} = \frac{pv_{mm}}{A_{xx}} > 0, \text{ if } v_{mm} < 0$$

換句話說，因為所得的邊際效用遞減，所以所得提高會增加消費者的購買數量。Marshall 非常明確地指出：

換句話說，一人變得愈富有，則貨幣對他的邊際效用愈小；對於某一定量的利益，他的財富每增加一點，其願付出的價格也就增加一點。同樣的情形，他的財富每減少一點，貨幣對他的邊際效用就增加一點，而他願意為任何利益所付出的價格也就減少一點。

一些作者，最著名的如 Hicks (1956)與 Green (1976)批評說，在 Marshall 的需求理論中，所得增加時消費者對商品的需求數量會維持不變，因為效用函數是可分離相加的形式，且貨幣的邊際效用維持恆定。這種解釋是可能明顯地錯誤解讀 Marshall 的觀點，因為 Marshall 很清楚地主張貨幣的邊際效用遞減，他只主張價格變動時若此商品占支出的比重很小，則可以假設此時貨幣的邊際效用維持不變。

另外，價格變動對購買數量的效果為：

$$(6) \quad x_p = \frac{U_m + x(U_{xm} - pU_{mm})}{A_{xx}} = \frac{v_m - xp v_{mm}}{A_{xx}} = \frac{v_m}{u_{xx}} < 0, \text{ if } p v_{mm} = 0$$

因為，商品與現金的效用是可分離相加的效用函數，亦即彼此不會影響彼此的邊際效用  $U_{xm} = U_{mx} = 0$ ；又加上 Marshall 色彩的購買商品的數量很少時，購買前後的所得變化很小，所以貨幣的邊際效用可設為維持不變，即  $v_{mm} = 0$ 。這是因為 Marshall 說：「我們假定貨幣的邊際效用對個人購買者始終是相同的(‘we assume that the marginal utility of money to the individual purchaser is the same throughout’)」(第 842 頁)。這項假設的理由是藉由

「假設，此假設是我們整個推理的基礎，消費者對任何物品的支出，舉例來說，茶只有佔他的整個支出的一小部分」(同上；另見第 132 頁，334-5)。<sup>17</sup>

<sup>17</sup> ‘...on the assumption, which underlies our whole reasoning, that his expenditure on any one thing, as, for instance, tea, is only a small part of his whole expenditure’ (ibid.; see also pp. 132, 334-5).



因此依據 Marshall 商品支出占所得比率很小而不會影響貨幣的邊際效用大小的假設，我們可以獲得，價格愈高需求量愈少的結果，需求線是負斜率，這就是需求法則的呈現。這是商品邊際效用遞減所導致的結果。這是 Marshall 需求理論的重現。

事實上，Marshall 非常明確地主張邊際效用遞減的觀點，他說：

「對於任何人而言，一樣東西的邊際效用隨著他已經擁有的數量的增加而遞減(the marginal utility of a thing to anyone diminishes with every increase in the amount of it he already has)」(第 93 頁)

但是，以上這些看來非常正常的 Marshall 需求理論的論述，現在，被普遍批評為是一種效用可衡量的落伍的理論，是現在被掃進歷史的塵埃中的被棄置的不合宜理論。

這是為什麼呢？簡單地說，因為邊際效用遞減法則違反效用只能排序的效用不可衡量的序數效用理論的基本精神。

在說明其原因之前，我們先以邊際效用遞減的概念，以圖解的方式畫出 Marshall 式的需求理論。並且，簡單介紹 Green 對 Marshall 理論的批評。

## 5. 消費者均衡與需求函數推導的圖解

現在是到了可以以圖像化的方式來描繪與解釋上述分析的時候了。

那要怎樣思考要畫出怎樣的圖形呢？首先要思考的兩個問題是，模型的出發點是什麼？決定原則或均衡條件是什麼？以及結果或目標是什麼？怎樣透過對這三個問題的思索，以決定要在怎樣的平面上(空間上)，即平面上的兩軸分別應該擺放怎樣的變數，以及要畫出怎樣的圖形。

首先，模型的出發點是比較以下兩項邊際效用或效用的大小：購買某一單位的商品  $x$  所帶來的消費的邊際效用  $u_x(x)$ ，以及為取得這一單位所付出的單位價格  $p$  元所犧牲的邊際效用  $v_m(M - px)p$ ，來決定是否購買某特定單位的貨品。所以，由此角度來看，我們需要畫的圖形應該要包含這兩項邊際效用的曲線，而且兩軸所擺放的變數將分別是商品  $x$  數量與商品邊際效用  $u_x(x)$  與價格效用  $v_m(M - px)p$ 。

其次，決定原則或均衡條件是找出商品  $x$  的數量使得商品效用與價格效用的差值或

淨邊際效用等於零  $B = u_x(x) - v_m(M - px)p = 0$ 。所以，由此角度來看，我們需要畫的圖形還可以包含邊際淨效用的曲線，而且兩軸上所擺放的變數將分別是商品  $x$  數量與邊際淨效用  $B$ 。

最後，我們的目標或想要的結果是要畫出需求曲線，由此角度來看，因為需求曲線是記載價格與數量之間的關係，兩軸上所擺放的變數因此將分別是商品  $x$  數量與商品價格  $p$ 。

這三個圖形有一共同點是：每一個圖的其中一軸的變數都是消費數量。因此我們有兩種畫圖方式，一是將消費數量畫在橫軸，一是將消費數量畫在縱軸，也就是分別將三個圖形上下直列或左右橫列的意思。

若三個圖採取上下直列的方式來畫圖，則身為共同變數的貨品數量必須出現在每一個圖的橫軸上；若三個圖採取左右橫列的方式加以刻畫，則身為共同變數的貨品數量必須出現在每一個圖的縱軸上。由於，經濟學已習慣將需求曲線畫在價格為縱軸而數量為橫軸的平面上，在本文中我們也從俗以慣例畫出需求曲線，這表示我們將以直列三個圖形的方式來作圖。

藉由【圖 1】我們可以展示消費者均衡或最適消費數量的決定過程。在【圖 1】的上圖中，橫軸表示貨品數量多少的  $x$  值，縱軸衡量邊際效用的高低。其中， $u_x(x)$  直線表示人們消費第  $x$  單位貨品的邊際效用。 $v_m(M - px)p$  為價格效用的曲線。 $v_m(M - px)p$  為水平直線，表示需求數量的變化不會影響貨幣的邊際效用。

直線  $u_x(x)$  與直線  $v_m(M - px)p$ ，在縱軸 ( $x=0$ ) 上的截距分別是  $u_x(0)$  與  $v_m(M)p$ 。在 Marshall 貨品邊際效用遞減  $u_{xx} < 0$  與貨幣邊際效用不受購買數量的影響的假設下，兩線斜率則分別是負的  $u_{xx} < 0$  與零。為作圖方便起見，我們通常將  $u_x(x)$  線畫成直線，而  $v_m(M - px)p$  是水平的直線。圖中  $u_x(x)$  與  $v_m(M - px)p$  兩條線，因此，分別被畫成一條負斜率直線與水平直線。

在【圖 1】的中圖中，橫軸也表示貨品數量多寡的  $x$  值，縱軸表示購買每單位貨品的淨邊際效用  $B = u_x(x) - v_m(M - px)p$ 。 $BB$  線則代表貨品的淨邊際效用線。在【圖 1】的下圖中，橫軸也是表示貨品數量多寡的  $x$  值，縱軸表示貨品價格高低的  $p$  值。

考慮在每單位貨品價格  $p$  元時，一位擁有財富或所得水準  $M$  元的消費者的購買行為。假設當淨邊際效用為  $B=0$  時，所對應的貨品需求數量為  $x^*$ 。當消費者購買數量低於  $x^*$  時，例如當  $x=a < x^*$  時，其淨邊際效用為正  $B > 0$ ， $u_x(x)$  直線的垂直高度大於  $v_m(M-px)p$  直線的高度，貨品消費邊際效用大於價格的邊際效用，則會購買此單位商品並會增加購買數量。當消費者購買數量高於  $x^*$  時，例如當  $x=b > x^*$  時，其淨邊際效用為負  $B < 0$ ， $u_x(x)$  直線的垂直高度小於  $v_m(M-px)p$  直線的高度，貨品消費邊際效用小於價格的邊際效用，則不會購買該單位商品並且會減少購買數量。唯有當消費者購買數量正好等於  $x^*$  時，其淨邊際效用為  $B=0$ ， $u_x(x)$  直線的垂直高度等於  $v_m(M-px)p$  直線的高度，貨品消費邊際效用等於價格的邊際效用，不會再調整購買數量。消費者此時達到均衡，均衡出現在上圖中兩線交點  $e^*$  上，並出現在中圖中的  $B^*$  點上，將此均衡點所對應的價格  $p$  與數量  $x^*$  畫在下圖中就是均衡點  $E^*$ 。

接著透過【圖 2】我們可以展示需求線如何以圖解方式加以導出的過程。當價格由  $p$  上漲至  $\hat{p}$  時， $u_x(x)$  直線不動，但  $v_m(M-px)p$  平行直線上移至  $v_m(M-\hat{p}x)\hat{p}$  的位置， $v_m(M-px)p$  與  $v_m(M-\hat{p}x)\hat{p}$  兩線在縱軸 ( $x=0$ ) 截距分別是  $v_m(M)p$  與  $v_m(M)\hat{p}$  且  $v_m(M)p < v_m(M)\hat{p}$ ，因為貨幣的邊際效用不受購買數量的影響，所以兩線斜率皆是 0，在上圖中  $v_m(M-\hat{p}x)\hat{p}$  線因此比  $v_m(M-px)p$  線的位置高且互相平行。新均衡出現在上圖兩線的新交點  $\hat{e}^*$  上。

而在位於中間的圖形裡，在原来的均衡購買數量  $x^*$  下，消費者的淨邊際效用由零變成負值，這表示淨邊際效用曲線由  $BB$  線下移至  $\hat{B}\hat{B}$  線，均衡點由  $B^*$  變成  $\hat{B}^*$  點。將此均衡點  $\hat{e}^*$  與  $\hat{B}^*$  所對應的價格  $\hat{p}$  與數量  $\hat{x}^*$  畫在下圖中，此均衡點坐落在  $\hat{E}^*$  點上，連接  $E^*$  與  $\hat{E}^*$ ，就可畫出負斜率的個人需求線  $x^d = x^d(p, M)$ 。

需求曲線類似的導出方式，其實可以回溯到 Dupuit (1844) 著名的論文〈公共工程效用的測量〉(On the Measurement of the Utility of Public Works)。這篇文章是在已知的經濟文獻中，首次討論到「消費者剩餘」的文章。「消費者剩餘」是 Marshall 率先採用的術語，Dupuit 稱消費者剩餘為「相對效用」。工程師出身的 Dupuit 發表於 1844 年的文章關注如何決定橋樑最佳通行費的問題。他導入邊際效用遞減曲線的概念，因為他宣稱當一件貨品的消費量上升時，該貨品為該使用者所帶來的邊際效用會減少。這意味著，橋樑的通行費愈低（對應的均衡的邊際效用愈低），愈多的人將使用橋樑（消費量愈多）。因

此，邊際效用遞減的概念應該可以轉變成一條向下傾斜的需求曲線。藉由這種推論，Dupuit 將邊際效用曲線認定為需求曲線。這是經濟文獻中首位經濟學家提出從邊際效用導出需求曲線的案例。這不是需求曲線第一次被繪畫下來，但是這是第一次需求曲線被推導出來而非直接主張或假設而來的。

但是，以這樣的方式來推導與呈現負斜率的需求曲線是合理的方式嗎？為什麼在現在英文的個體經濟學教科書中已經很難看到這樣的需求曲線的作圖方式呢？或許，我們要問的問題是，為什麼這樣的商品邊際效用等於價格效用的作圖方式只出現在經濟史的書頁中呢？

為什麼現代需求理論的作圖方式會變成無異曲線配合預算限制線的作圖方式呢？人們在購買物品的時候會以無異曲線與預算限制線相切的方式來進行決策嗎？

哈佛大學經濟學教授 Mankiw (2011)在其暢銷的經濟學教科書《經濟學原理》(*Principles of Economics*)中回答說：當然不會。但他還是採取無異曲線分析法，這是為什麼呢？為何 Mankiw 不會想到可以採用本文的作圖方法呢？本文這樣的邊際效用曲線的作圖方法，有什麼致命的缺點，因而不會被考慮變成正式流行的作圖方式嗎？

Green (1976)認為 Marshall 需求理論只是 Hicks-Allen 需求理論的非常特殊的例子，即所得效果為零的特殊情況，所以 Marshall 的理論不是理想的，而是很有侷限性的理論。

但是，為什麼 Marshall 的需求理論必須被放進經濟學的歷史博物館的原因，不是因為其理論價格變動時的所得效果侷限於零的特殊情況。若真如此，那 Marshall 的需求理論還是可以以特例的角色存在於現在序數效用理論之中，並不需要只能被放入經濟史的範疇中進行討論與介紹了。

所以，真正的癥結是在哪裡呢？

透過序數效用的基本特性，單調轉換後的效用函數可以表示相同偏好排序關係的數學分析，可以清楚呈現此問題的癥結。

## 6. 序數效用理論與單調轉換的特性

由 Pareto 發起，Hicks 和 Allen 等人發揚光大的序數效用理論的基本精神，是數值相對大小次序一樣的總效用函數都可以用來表示相同的偏好關係。以數學的觀點來看，

一個序數效用函數經過任何的正向單調轉換後的新效用函數都可以用來表示同樣的偏好關係。

以一般化的數學方程式，Marshall 的可分離相加的效用函數經過正向單調轉換的關係式，可表現為：

$$(7) \quad V(x, m) = F(U(x, m)) = F(u(x) + v(m)); \quad F' > 0, F'' \geq 0$$

$U(x, m) = u(x) + v(m)$  是原先的總效用函數，而  $V(x, m)$  為藉由  $F(U)$  的正向單調轉換後所得到的新總效用函數，正向單調轉換的特性反應在轉換函數  $F(U)$  的一階導數為正  $F'(U) > 0$  的特性上。二階導數的正負則完全不會影響單調正向轉換的特性，所以  $F'' \geq 0$ 。

對總效用  $U(x, m)$  進行正向單調轉換使它變成  $V(x, m)$  之後，會衍生出以下的關係式：

$$(8) \quad V_x = F'U_x = F'u_x, \quad V_m = F'U_m = F'v_m$$

$$(9) \quad V_{xx} = F'U_{xx} + F''U_xU_x = F'u_{xx} + F''u_xu_x, \quad V_{mm} = F'U_{mm} + F''U_mU_m = F'v_{mm} + F''v_mv_m$$

$$(10) \quad V_{xm} = F'U_{xm} + F''U_xU_m = F''u_xv_m, \quad V_{mx} = F'U_{mx} + F''U_mU_x = F''v_mu_x$$

因為  $F'' \geq 0$  皆可，若原總效用函數  $U_{xx} = u_{xx} < 0$  (即商品的邊際效用遞減)，並且  $F'' > 0$ ，則新總效用函數可以  $V_{xx} \geq 0$ ，即新的總效用所對應的商品的邊際效用可以是遞減、常數、或遞增。因此邊際效用遞減法則與序數效用概念彼此是無法並存的，彼此毫無共存共榮的機會。我們因此面對尖銳的兩難而必須進行的痛苦的取捨，不是必須放棄總效用的二次微分項數值的正負直接的與間接衍生的經濟意義，就是必須放棄序數效用的核心概念。

另外，正向單調轉換前的總效用函數是屬於可分離相加的效用函數，亦即商品與貨幣彼此不會影響彼此的邊際效用  $U_{xm} = U_{mx} = 0$ ；但正向單調轉換後的總效用函數卻變成不是可分離相加的效用函數，因為商品與貨幣彼此會影響彼此的邊際效用  $V_{xm} = V_{mx} = F''u_xv_m > 0$ 。因此，在序數效用理論中，以邊際效用交叉項的正負數值不能維持固定，其經濟意義也必須割捨。

## 7. 單調轉換後的Marshall邊際需求價格模型

單調正向轉換後的效用極大化的 Marshall 消費模型變成：

$$(11) \quad \max_{x,m} V(x,m) = F(U(x,m)) = F(u(x) + v(m)); \quad F' > 0, \quad s.t. \quad px + m = M$$

將預算限制式  $m = M - px$ ，代入效用函數中，模型變成：

$$(12) \quad \max_x V(x, M - px) = F(U(x, M - px)) = F(u(x) + v(M - px)); \quad F' > 0$$

令  $B \equiv V(x, M - px)$ ，最適化的一階條件為：

$$(13) \quad B_x = V_x - pV_m = 0 \quad \text{或} \quad \frac{V_x}{V_m} = p$$

內部解的二階條件要求 ( $V_{xm} = V_{mx}$ )：

$$(14) \quad B_{xx} = V_{xx} - 2pV_{xm} + p^2V_{mm} < 0$$

所得變動對購買數量的效果為：

$$(15) \quad x_M = \frac{V_{xm} - pV_{mm}}{-B_{xx}}$$

價格變動對購買數量的效果為：

$$(16) \quad x_p = \frac{V_m + x(V_{xm} - pV_{mm})}{B_{xx}}$$

首先，由單調正向轉換前後的最適化一階條件是完全相同的，因為：

$$(17) \quad p = \frac{V_x}{V_m} = \frac{F'U_x}{F'U_m} = \frac{U_x}{U_m} = \frac{u_x}{v_m}$$

這表示，單調正向轉換後的最適化條件不變，即最適解的數值不變。

其次，我們應該也可以證明正向單調轉換前後兩個模型的比較靜態分析的總效果或最後的結果會完全相同。

這證明過程並不困難，我們的確可以證得它們必定相等的結果，即：



$$(18) \quad x_M = \frac{V_{xm} - pV_{mm}}{-B_{xx}} = \frac{U_{xm} - pU_{mm}}{-A_{xx}}$$

$$(19) \quad x_p = \frac{V_m + x(V_{xm} - pV_{mm})}{B_{xx}} = \frac{U_m + x(U_{xm} - pU_{mm})}{A_{xx}}$$

其中， $B_{xx} = F'(U_{xx} - pU_{xm} - pU_{mx} + p^2U_{mm}) = F'A_{xx}$ 。

因此總效用函數經過單調正向轉換後，不會影響消費者的均衡條件，也不會影響比較靜態分析的整體的或最後的結果，即使單調轉換前的商品邊際效用是遞減，而單調轉換後變成商品的邊際效用不一定是遞減。這就驗證了無異曲線分析法的基本特性，也就是單調正向轉換前後的效用函數，表示相同的個人偏好。既然是代表相同的偏好，因此也應該隱含相同的個人行為。故邊際效用遞減的性質變成一種無關緊要的、多餘的、無意義的概念。

另一項重要的涵義，表示在序數效用理論的分析框架中，上文中關於 Marshall 理論的作圖方式，事實上是無意義的，也是不恰當的。這就是採取邊際效用的作圖方式是不恰當的、無意義的作圖方式的原因。

然而，有一些經濟學家認為邊際效用遞減法則是古典經濟學前輩的理論的精華與核心精神，邊際效用遞減法則是一種合情合理的心理現象。有些經濟學家為克服序數效用這些缺點，於是轉身研究基數效用理論的概念，而投身於不同的效用概念的陣營。

若要救回邊際效用遞減法則，可以怎樣做呢？並且，因此要付出怎樣的代價呢？

## 8. 基數效用對邊際效用遞減法則代價高昂的救援

基數效用理論的基本精神是一個基數效用函數經過任何的正向線性轉換後的新效用函數可以用來表示同樣的偏好關係。

以一般化的數學方程式，可將正向線性轉換的關係式表現為：

$$(20) \quad V(x, m) = \alpha U(x, m) + b = \alpha(u(x) + v(m)) + \beta; \quad \alpha > 0, \beta \geq 0$$

對總效用進行正向線性轉換後，會衍生出以下的關係式：

$$(21) \quad V_x = F'U_x = \alpha u_x, \quad V_m = F'U_m = \alpha v_m$$

$$(22) \quad V_{xx} = F'U_{xx} + F''U_x U_x = \alpha U_{xx}, \quad V_{mm} = F'U_{mm} + F''U_m U_m = F'U_{mm} = \alpha V_{mm}$$

$$(23) \quad V_{xm} = F'U_{xm} + F''U_x U_m = \alpha U_{xm} = 0, \quad V_{mx} = F'U_{mx} + F''U_m U_x = \alpha U_{mx} = 0$$

相對於正向單調轉換之下總效用的二次微分項不能維持固定不變的性質，現在我們得到  $signV_{xx} = signU_{xx}$ 、 $signV_{mm} = signU_{mm}$  的結果，即正向線性轉換前後不同的總效用函數所對應的  $U_{xx}$  與  $V_{xx}$  的數值正負符號相同，並且  $U_{mm}$  與  $V_{mm}$  的數值符號也相同。因此，在效用函數只能進行正向線性轉換之下可救回被序數效用理論所拋棄的常識性的邊際效用遞減法則。同理，我們可以獲得  $signV_{xm} = signU_{xm} = 0$ 、 $signV_{mx} = signU_{mx} = 0$  的結果，即正向線性轉換前後不同總效用函數可分離相加的特性不會發生改變。

但是，有所得常有所失。效用函數只能進行正向線性轉換的基數效用概念，也有其明顯的重大限制。正如 Allen (1935) 所正確指出地，正向線性轉換公式中的一個參數  $\alpha$ ，對應於長度測量概念中的「測量單位」(unit of measurement)，而另一個參數  $\beta$ ，對應於長度測量概念中的「零標記」(zero mark)。因此正向線性轉換就是長度概念所具有的基本性質，基數效用是與長度的概念如公分與公尺一樣的可衡量概念，因此基數效用理論等於走回古典的效用可衡量的已被拋棄的不受歡迎的老路。另外，透過數學模型的分析，Samuelson (1938) 明確地發現為了得到(正向線性轉換)基數效用理論所再添加的假設太強烈，因此認為人們的偏好可以以這樣的效用函數來加以刻劃的條件在現實世界中可被滿足的機率是幾近於零，他以「無限地不可能的」(infinitely improbable) 的強烈字眼來批評基數效用理論的概念。

我們因此發現既然基數效用理論與序數效用理論的分析結果一樣，但必須承擔效用變回可測量的重大缺點，所以不如放棄無關緊要且可有可無的邊際效用遞減法則。

序數效用理論看來似乎就足夠建構出合理的消費理論了，因為任何可以用來表示相同偏好關係的效用函數，也就是任何總效用函數經過任何單調正向轉換後，都不會影響消費者的均衡條件，也都不會影響比較靜態分析的整體的或最後的結果。因此，即使有些總效用函數所對應的邊際效用遞減、有些遞增以及有些不變，但這無關緊要，因為這些差異性看來似乎絲毫也不會影響分析結果，所以邊際效用遞減等概念是無意義的概念。這也難怪有些經濟學家主張邊際效用遞減法則其實是多餘的、膚淺的、無意義的、且不科學的概念。拋棄此概念不只毫不感到可惜，這種割捨掉不可觀察的主觀心理法則

的做法，甚至還可以被正面地標舉為一種讓經濟學邁向真正科學的進步徽章。

## 9. 結論

本文解釋為何效用極大化的 Marshall 需求理論是一項有嚴重缺失的不科學的理論，因此必須被掃進歷史的灰燼之中。其原因在於 Marshall 需求理論的核心概念邊際效用遞減是一種不科學的標誌，無法與先進的精巧的新需求理論的序數效用概念並存共榮。

此外，我們可以序數效用革命作分界，提出兩種解釋邊際效用遞減被認為是一種效用可衡量概念的原因。一是先天就出問題，因為古典的經濟學家不知如何擺脫效用數值先天的可衡量的數的基本特性，如 Jevons 不知如何處理只能排序的效用概念，所以只好無奈地假設效用好像是可衡量的來進行後續的分析，在這種情況下，數的可衡量的本質使得邊際效用與邊際效用遞減都被認為是效用可衡量的概念。二是因為邊際效用遞減法則不能容於序數效用的分析架構中，所以應該被拋棄；並且邊際效用遞減法則是與後來只可做線性轉換的基數效用是可以並存的概念，而基數效用雖是由偏好排序的假設出發的理論，但結果是效用走向可測量的老路，<sup>18</sup>所以能與基數效用理論並存的邊際效用遞減，被正式地歸類為效用可衡量的概念，它也因此在現代效用理論中變成基數效用理論的同義詞或代言人。

同時認知到這兩種的詮釋，才能正確地認識邊際效用遞減法則被認為是效用可衡量的確切原因。並且因為在序數效用的效用極大化模型之下，同樣的消費者行為背後可對應不同的邊際效用遞增或遞減的概念，所以不能容許邊際效用遞減的概念存在，建立在邊際效用遞減概念之上的 Marshall 理論，因此無法融入序數效用理論的架構中。在序數效用當道的現代個體選擇理論中，邊際效用遞減法則因此只能被放進經濟思想史的博物館中作為歷史展覽與緬懷回顧之用。

因此，我們觀察到一些現代的英文個體經濟學教科書，不少連提到一次邊際效用遞減的概念都不願意，真的把它視為歷史的古蹟看待，不適合再現身於現代經濟個體選擇理論的殿堂。

---

<sup>18</sup> 雖然可衡量性的概念，在基數效用時，比在古典的可衡量的概念，是一種比較弱一點點的效用概念。因為基數效用在進行線性轉換之下可維持偏好的不變性，而古典的效用可衡量性概念是在進行較嚴格一點點的正向比例轉換後可維持偏好的不變性。正向比例轉換是指正向線性轉換在常數項為零的特殊情況。請參考此系列論文，下一篇關於 Marshall 需求理論的論文。

還好，中文的啟蒙教科書或許是因為跟不上時代的變化，還繼續非常詳細地介紹邊際效用與邊際效用遞減的概念，而且還將邊際效用遞減的概念視為是一項基本的人類心理的定義或法則。

如果不是因為對邊際效用概念與邊際效用遞減法則的堅定信念，我可能也不會嘗試去創建一套目標在取代邊際替代率遞減法則的無異曲線分析法的新個體選擇理論，或許這是台灣經濟學教科書一項「美麗的錯誤」。

最後，我還想說的是，Marshall 的需求理論真的是由極大化總效用出發的理論嗎？還是消費者直接比較每一單位貨品的主觀願付的邊際需求價格與客觀市場價格出發的邊際摸索的交易理論的概念呢？並且，Marshall 的需求理論真的是效用函數只能做正向線性轉換的基數效用的概念嗎？還是，應該是古典的存在一個標準的效用單位的效用可衡量概念才對，在這種情況下，古典的效用函數可以在進行怎樣的函數轉換關係之下，還能繼續維持相同的效用概念，會不會是更嚴格的轉換關係呢？

其實，流行的看法不見得是正確的。為什麼呢？理由何在？我們在下一篇文章中見真章。

## Reference

- 王作榮譯，(1965)，《經濟學原理》(*Principles of Economics*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- 林忠正，(2015a)，〈序數與基數效用理論簡史 I：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(1)，研討論文。
- 林忠正，(2015b)，〈序數與基數效用理論簡史 II：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(2)，研討論文。
- 林忠正，(2015c)，〈邊際效用遞減法則在序數與基數效用理論中的角色：難覓合適棲身之地的邊際效用遞減法則〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(3)，研討論文。
- 施建生著，(1992)，《經濟學原理》，台北市：大中國圖書公司。
- 張清溪、許嘉棟、劉鶯釗、吳聰敏著，(2004)，《經濟學—理論與實際》上下冊，翰蘆圖書。

- 郭婉容著，(1992)，《個體經濟學》，三民書局。
- 邢慕寰譯，(1967)，《價值與資本》(*Value and Capital*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- 邢慕寰譯，(1967)，《需求理論的修正》(*A Revision of Demand Theory*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- Allen, R.G.D. (1934) "A Comparison between Different Definitions of Complementary and Competitive Goods," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 2:2, pp. 168-175.
- Allen, R.G.D. (1935) "A Note on the Determinateness of the Utility Function," *Review of Economic Studies*, 2, pp. 155-158.
- Becker, G.S. (1971) *Economic Theory*, Alfred A. Knopf, New York.
- Becker, G.S. and K.M. Murphy (1988) "A Theory of Rational Addiction," *The Journal of Political Economy*, 96:4, pp. 675-700.
- Bernardelli, H. (1952) "A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility," *Economica*, 19:75, pp. 254-268.
- Debreu, G. (1959) *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, Yale University Press.
- Dupuit, J. (1844) "On the Measurement of the Utility of Public Works," *International Economic Papers*, 2:1952, pp. 83-110.
- Green, H.A. (1976) *Consumer Theory*, Academic Press, Inc.
- Hicks, J.R. (1939) *Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, Oxford: Clarendon Press.
- Hicks, J.R. (1956) *A Revision of Demand Theory*, Oxford: Clarendon Press.
- Hicks, J.R. and R.G.D. Allen (1934) "A Reconsideration of the Theory of Value," *Economica*, NS, 1: 52-76, 196-219.
- Jehle, G.A. and P.J. Reny (2011) *Advanced Microeconomic Theory*, Pearson Education India.
- Jevons, W.S. (1871) *The Theory of Political Economy*, Macmillan & Co.

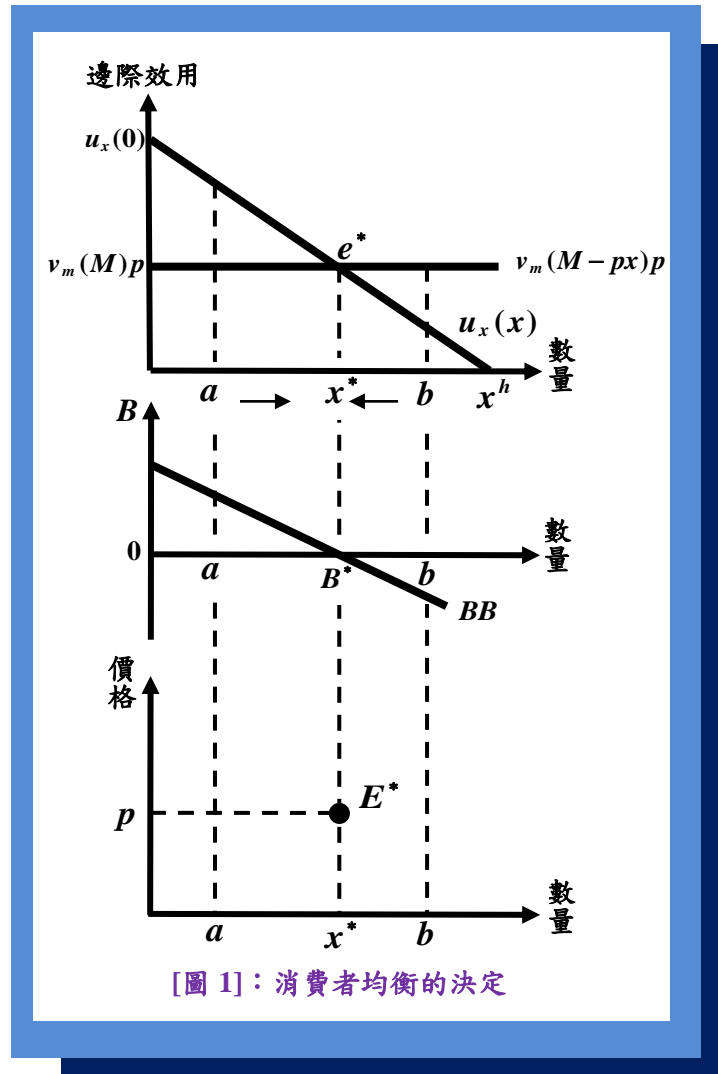
- Johnson, W.E. (1913) “The Pure Theory of Utility Curves,” *The Economic Journal*, pp. 483-513.
- Katz, M. and R. Rosen (1994) *Microeconomics*, 2nd ed., Irwin.
- Landsburg, S. (1976) *Price Theory and Applications*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
- Lenfant, J.S. (2006) “Complementarity and Demand theory: From the 1920s to the 1940s,” *History of Political Economy*, 38, pp. 48-85.
- Maddala, G. S. and E. Miller (1989) *Microeconomics: Theory and Applications*, New York: McGraw-Hill.
- Mankiw, N.G. (2011) *Principles of Economics*, 5th edition, South-western Cengage Learning.
- Marshall, A. (1920) *Principles of Economics: an Introductory Volume*, London; New York: Macmillan for the Royal Economic Society.
- Moscatti, I. (2007) “History of Consumer Demand Theory 1871–1971: A Neo-Kantian Rational Reconstruction,” *European Journal of the History of Economic Thought*, 14, pp. 119–56.
- Moscatti, I. (2013) “Were Jevons, Menger and Walras really Cardinalists? On the Notion of Measurement in Utility Theory, Psychology, Mathematics, and Other Disciplines, 1870–1910,” *History of Political Economy*, 45, pp. 373–414.
- Nicholson, W.E. (1997) *Intermediate Microeconomics and Its Application*, 7th edition, Fort Worth, TX: The Dryden Press.
- Pareto, V. ([1909] 1971) *Manual of Political Economy*, New York: Kelley.
- Samuelson, P.A. (1938) “The Numerical Representation of Ordered Classifications and the Concept of Utility,” *Review of Economic Studies*, 6, pp. 65–70.
- Samuelson, P.A. (1947/1983) *Foundations of Economic Analysis*, *Harvard Economic Studies*, Vol. 80, Enlarged Edition.
- Slutsky, E. (1915) “Sulla teoria del bilancio del consumatore,” *Giornale degli economisti e rivista di statistica*, 1-26.
- Slutsky, E. (1952) “On the Theory of the Budget of the Consumer,” translated by Olga Ragusa.



In G. J. Stigler and K. E. Boulding eds., *Readings in Price Theory*, pp. 27–56. Homewood, Ill.: Irwin.

Varian, H.R. (1996) *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, W&W Norton.

Walras, L. (1874) 1954. *Elements of Pure Economics*, Homewood, Ill.: Richard D. Irwin.



[圖 1]: 消費者均衡的決定

