

## 為 Marshall 需求理論編寫一冊返回經濟學舞台的劇本

比較商品效用與價格效用的邊際摸索決策方式的 Marshall 模型

林忠正\*

中央研究院經濟所研究員  
國立政治大學財政系教授  
國立交通大學經營管理研究所教授  
台北市南港區(115-41)研究院路2段128號  
中央研究院經濟所  
電話: 886-2-2782-2791 轉 507  
電子信箱: [cclin@econ.sinica.edu.tw](mailto:cclin@econ.sinica.edu.tw)

開始撰稿-2014年5月27日

完稿時間-2015年12月31日

列印時間-2016年2月2日



---

\*謝謝林曉珮助理非常有效率的協助，也很謝謝政大財政所江若妘同學的細心校稿。

## 為 Marshall 需求理論編寫一冊返回經濟學舞台的劇本

### 比較商品效用與價格效用的邊際摸索決策方式的 Marshall 模型

[摘要] 在前兩篇文章，林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)：效用極大化的 Marshall 需求理論與無意義的邊際效用遞減法則〉的文章中，我說明其關鍵原因是因為在效用數值只能排序的序數效用理念之下，邊際效用遞減法則是無意義的，建立在邊際效用遞減概念之上的效用極大化的 Marshall 需求理論也變成無意義的理論，因此必須退出當前經濟學的舞台而進入歷史的博物館中存放。在林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉中，我說明在消費者直接比較每一單位商品的主觀願付價格與客觀市場價格的邊際摸索決策思維模型之下，此時即使邊際效用遞減是序數而不是基數的概念，可以在序數效用的架構下救回邊際效用遞減的概念，但其消費者均衡條件與比較靜態分析結果卻無法完全通過序數效用主義單調轉換的基本特性的考驗，因此「邊際需求價格」模型還是無法避免 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館中的命運。本文的主要目的是要透過，我對 Marshall 需求理論的模型化的經驗，編寫一套可以使它重新進入現代序數主義當道的個體經濟學舞台的劇本。我為 Marshall 理論所編寫的新劇本是消費者採取比較每一單位商品的商品邊際效用與價格效用的邊際摸索思維方式的 Marshall 需求理論，接著我們探討在此種邊際效用出發的決策思維方式或理論之下，邊際效用遞減法則能否與序數效用的理念共存共榮？答案，是肯定的，雖然不完美。本文將提供明確的證明來呈現這項論述。本文要告訴讀者，邊際效用遞減法則與 Marshall 的需求理論還是可以在現代經濟理論中擔綱演出，只是要修正 Marshall 關於邊際摸索方式的切入方式並加入一些新的現代序數效用理論的元素。在這篇文章中，我要暗示或明示的一項重要含意是，尋找一種有現代序數與基數效用理論優點而無其缺點的新效用理論是可以積極期待的，事實上，它的雛型已經在這篇論文中現身了。

**JEL 分類: B120, B130, B210, D010**

**關鍵詞：馬歇爾、邊際摸索、序數、基數**

## 1. 被淘汰出局的 Marshall 需求理論

消費需求理論的歷史通常被看作是從簡單的馬歇爾設計轉變至功能強大的希克斯形式的需求理論的表述方式。曾經，有人這樣說，馬歇爾形式的「需求法則」遇到序數主義的原則，通過序數原則逐步將馬歇爾形式的「需求法則」改造成具有現代科學所有屬性的一個美麗的需求理論。

為何會發生如此重大的根本性的變化呢？

在前兩篇文章，林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)：效用極大化的 Marshall 需求理論與無意義的邊際效用遞減法則〉的文章中，我說明其關鍵原因是因為在效用數值只能排序的序數效用理念之下，邊際效用遞減法則是無意義的，建立在邊際效用遞減概念之上的效用極大化的 Marshall 需求理論也變成無意義的理論，因此必須退出當前經濟學的舞台而進入歷史的博物館中存放。在林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉中，我說明在消費者直接比較每一單位商品的主觀願付價格與客觀市場價格的邊際摸索決策思維模型之下，此時即使邊際效用遞減是序數而不是基數的概念，可以在序數效用的架構下救回邊際效用遞減的概念，但其消費者均衡條件與比較靜態分析結果卻無法完全通過序數效用主義單調轉換的基本特性的考驗，因此「邊際需求價格」模型還是無法避免 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館中的命運。

但是，暫且把林忠正的詮釋放在一旁。

事實上，在教科書中，很多作者都指出這是因為 Marshall 與古典經濟學家，都採取效用可測性的立場，而效用可測性顯然是一種落伍且不正確的效用概念，因此建立在效用可衡量性概念之上的 Marshall 式的需求理論與其所倚重的邊際效用遞減法則都應該被淘汰出局，而只能擺進經濟學的思想的歷史博物館中，僅供對陳舊過時觀念有興趣的經濟史學家去研究了。

然而，這種經濟思想的巨大變化背後的真正原因，真的是如這些作者所強調地，因為這些古典的經濟學家，這麼天真地認為效用是可以準確地說出幾單位的可衡量概念嗎？

連我們這些普通經濟學家與經濟系的學生都不會有這樣的效用是可測量的想法，也都不會相信這種說法，這些偉大經濟學家怎麼可能會犯下這樣嚴重的

錯誤呢？

我們最好實際看看一些相關文獻，看看他們在自己的書中怎麼說。

## 2. 看看 Marshall 與邊際三傑怎麼說

Marshall (1920)在其《經濟學原理》(*Principles of Economics*)的第三篇第三章一開頭的地方，如是說：

效用是願望或欲望的相關詞彙。願望是不能直接度量的，僅能間接由其所引起的外在現象來測量；在經濟學研究的主要事例裡，一人願意為其欲望的實現與滿足所付的價格，即是其度量方式。

Marshall 並且立即在註腳中強調說：

對於直接或其本身量度願望及實現願望所得到的滿足，假如不是不可想像的，也是不可能的一點，這是不能被太過強調的。

簡單地說，Marshall 明明白紙黑字地傳達「效用與欲望是不能直接量度的」的概念。

那邊際效用三傑怎麼說呢？

依據 Moscati (2013)的傑出經濟史的論文的研究指出，Jevons 宣稱，因為快樂和痛苦是「量」，其中所謂的數量，他的意思是說「在量上能夠表示出更多或更少」。然而，作為在這個意義上的數量不保證其在古典概念(即存在一個標準的效用單位)下的可測性，Jevons 坦率承認，快樂和痛苦不能以基準單位的觀點來加以測量：

我們沒有辦法確定和測量感覺的量，就像我們可以測量一英里，或者直角，或任何其他物理量一樣…我們也很難形成一單位的快樂或痛苦的概念，因此感覺的量以數值來表達的方式似乎是有問題的。(19)<sup>1</sup>

Jevons 的問題是，至少有一些部分是他的經濟演算的問題，如總和與積分效用增量以獲得總效用，或總效用的微分以推導最後程度的效用，也就是邊際效用，

<sup>1</sup> We have no means of defining and measuring quantities of feeling, like we can measure a mile, or a right angle, or any other physical quantity. . . . We can hardly form the conception of a unit of pleasure or pain, so that the numerical expression of quantities of feeling seems to be out of the question. (19)

這顯然是真的是建立在「以數值來表示感覺的量」上。因此 Jevons 覺得有義務捍衛自己的經濟演算的紮實性，他提出四個主要論點來進行辯護。第一，效用在當時的確是不可測量的，但未來隨著科技進步會變成可測量的。第二，他的理論所需要的效用概念，不是效用真的是可測量的，其實只要能排序大小就可以了，只是他不知道要如何正式處理此問題。第三，效用不能直接測量，但是，是可以間接測量的。第四，至少在某些特殊情況下，如所購買的東西占所得的分量很小的情況，效用可藉由固定的貨幣邊際效用來加以測量。

關於 Menger 的見解，Moscati (2013)指出，不同於 Jevons，Menger 從未明確處理他的測量概念和他的效用分析之間的緊張關係。人們可以推測，為什麼會如此：也許 Menger 了解，效用衡量的問題可能會破壞他的經濟理論，因此刻意決定去避開這個問題。另外，沒有遭到像 Jevons 的效用可測性所受到的批評，<sup>2</sup>或者是因為 Menger 基本上非數學性的效用理論方法，可能已經避免或阻礙了這位奧地利經濟學家正確地認識到這種緊張局勢。

至於 Walras 的看法，Moscati (2013)指出，在許多方面，在與效用衡量問題拼命搏鬥的時候，Walras 的問題情境非常相似於 Jevons 所面臨的狀況。一方面，Walras (1834 年至 1910 年)始終採取一個明確古典測量的概念，這明顯地顯現在他處理的交換價值和效用測量這兩方面上。基於這種認識，Walras 不得不承認，效用是不能直接測量的。但在另一方面，Walras 相信他的經濟分析依賴於效用的可測量性。再次，與 Jevons 一樣，一些評論家批評 Walras 依賴效用可衡量的錯誤假設。就像 Jevons 一樣，因此，Walras 提出一些論述，以便調和他的經濟分析與明顯的效用不可衡量性(之間的衝突)。

在 1873 年巴黎道德與政治科學院舉行的兩次會議中，Walras 朗讀了一篇題目為〈交換的數學理論原理〉(Principe d'une théorie mathématique de l'échange) (Principle of a Mathematical Theory of Exchange) 的文章，該文所概述的交易和效用理論後來被再次闡述在《純經濟學的概要》(Elements of Pure Economics)書中。該文章隨後被刊登在雜誌《經濟學家》(des Économistes) (Walras[1874]1954) 中。

<sup>2</sup> 例如《星期六評論》(Saturday Review)的匿名批評人認為，效用的數學處理，特別是其微分，預設了效用的可測性是建立在一個衡量單位的基礎上，但 Jevons 還沒有建立自己的前提：「當一名數學家想要去計算一個力量的變化時，他一開始就會清楚地告訴我們什麼是力的衡量，但是，什麼是效用的衡量呢？對此，我們沒有在傑文斯先生的書裡找到答案」(Jevons 的《政治經濟學理論》[1871]1981 年，153 頁)。另一位匿名審稿人，他們的評論出現在《格拉斯哥每日先驅報》(Glasgow Daily Herald)中，批評 Jevons 的假設效用可以相加或相減的做法，批評者的理由是這種計算將需要具有以下的特性：「某一個快樂的單位...可以用來衡量[快樂]」(用字引用自 Howey 1960 年，62 頁)。對於這個評論家來說這樣的一個單位是根本就沒有的或根本是不存在的。

在該篇文章中，Walras 討論如何從商品的「密集效用」(intensive utility)，即它們的邊際效用推導商品的需求曲線。在這方面，他談到了效用的可測性和他所採取的立場，並且在未來的四十年裡他繼續維持他對這項主題的立場：雖然效用是不能直接測量，但藉由將邊際效用視為好像就是(as if)可以衡量的，我們仍然可以得到來自邊際效用的需求曲線，從而進行適當的需求分析。

但是應當強調的是，Walras 所關心的是密集或邊際效用的測量，而不是總效用的測度。此外，他所謂的邊際效用的可測性，雖然是虛構的，卻是涉及一個基本單位的可取得性的概念，而不是關於效用差值排序的概念：

讓我們假設，暫時地，效用是可以直接衡量的，我們會發現自己處在一個位置，能夠得出一個準確的，藉由數學工具來分析它對...需求曲線以及因此對價格...的影響。因此，我應該假設存在一個密集效用的衡量標準[étalon de mesure]。(274；我的翻譯)<sup>3</sup>

Walras 簡單地合理化這種好像就是的程序，藉由宣稱它是與在物理學和力學中所使用的概念相同，因為儘管事實上質量是不能直接測量的，但質量還是進入科學的計算之中 (274)。

### 簡短的評論

從以上的討論中，我們可以了解邊際效用理論的學者的效用概念之所以會被認為是抱持著效用可衡量的概念，真正的關鍵是如 Jevons 所面對的問題。在他的經濟演算的問題中，如加總與積分效用增量以獲得總效用，或總效用的微分以推導邊際效用，這顯然是真的是建立在「以數值來表示感覺的量」上。因為他寫下以數字來表示的效用與效用函數。

直接寫下效用函數並不表示學者認為效用是可衡量的，只是不知道要如何處理效用數字只能排序大小次序的概念。數字的概念，對一般人而言，就是一種可以衡量的概念。2 比 1 多 1，且是 1 的兩倍；而 10 是 2 的五倍且比 2 多出 8 單位。然而經濟學家所需要的數的概念其實只需要大小有意義即可，但當時的經濟學家還不知道，以數來表示效用時，若只要大小有意義，要如何處理以

<sup>3</sup> Let us suppose, for a moment, that utility is directly measurable, and we shall find ourselves in a position to give an exact, mathematical account of the influence it exerts . . . on demand curves and hence on prices. I shall, therefore, assume the existence of a standard of measure [étalon de mesure] of intensive utility. (274; my translation)

及其限制與特性會是什麼。<sup>4</sup>

這就是如施建生(1992)老師認真的大作《經濟學原理》〈第5章 消費者的選擇〉中，所言的：

以上所討論的乃依據邊際效用這一概念而進行的，一般稱之為邊際效用分析。這種分析方法是 1871 年以來三位傑出經濟學家不約而同地提出來的：他們是奧國的孟格(Carl Menger, 1840-1921)，英國的吉逢斯(William Stanley Jevons, 1835-1882)與瑞士的華爾拉(Leon Walras, 1834-1910)。後來乃馬夏爾發揚光大，加以系統地敘述，而終成為一套最流行的分析方法。但是，這種分析方法卻有一極大的缺點…所謂效用實是一個存在於每個人內心的概念，是完全主觀的，是很抽象的。我們對於這種主觀的抽象的概念要加以測度，實不可能。因而也就無法將其互相比較了。於是上列各位學人也就只得假定其可以測度而從事分析。但是，儘管如此，這畢竟是一種無法驗證的假設，自不能不視為是一種缺點。

「邊際效用遞減」的概念是如此正常與尋常的概念，蘋果或橘子一顆接著一顆繼續吃下去，很快地一顆接著一顆的邊際效用(邊際滿足)的相對大小會依次愈來愈低(甚至變成負的)，這是非常尋常的日常經驗。也是古典經濟學家如 Gossen、Jevons、Menger、Walras、以及 Marshall 等一直採用的重要經濟概念。例如，知名的古典的戈森定律(Gossen law)，就主張，邊際效用隨著個人所持有的商品數量的增加而下降。<sup>5</sup>為什麼這些概念一定要被指責為是效用可準確被說出幾單位的效用可測量的離譜概念呢？

這到底是為什麼？為什麼這麼自然的、正常的、熟悉的習慣性概念如此罪大惡極，為何這些概念被標誌著落伍的、不科學精神的標籤，為何這些概念在現代主流經濟學理論中是無意義的概念呢？

為什麼？效用極大化的 Marshall 等的需求理論因為是建立在邊際效用遞減的觀念上，當序數效用概念在經濟理論上取得主導地位時，邊際效用遞減的概念與建立在其上的理論無法並存，只好都退出歷史的舞台而進入歷史的博物館

<sup>4</sup> 對此問題有興趣的讀者可以讀讀 Phelps Brown (1934) 關於「數的比喻」的精采短文。

<sup>5</sup> 見 Bernardelli (1938)：「戈森定律(Gossen law)，也就是，邊際效用隨著個人所持有的商品數量的增加而下降」(The so-called Gossen law, e.g., that marginal utility decreases with an increasing stock of goods in possession of a person)。

中供人作為回憶與憑弔之用呢？

歷史發展的真實故事是，後來的經濟學家體會與了解到如何處理效用只有大小次序有意義的概念。並且，突然間發現，在這樣進步的且正常的序數效用概念之下，邊際效用遞減法則竟然無法找到任何立錐之地，才因此被逐出家門的。反之，如果要保留邊際效用遞減法則，則必須放棄序數效用理論。

因而，真正的重點或關鍵原因，是在邊際效用遞減的概念不能與序數總效用的概念並存，它們是天生的不對味的概念，是「你死我活」的誓不兩立的衝突概念。基於這一基本的衝突性質，不管到底效用可不可以衡量，反正邊際效用遞減原則與序數總效用的概念是無法並存的。

一般認為序數效用理論是比基數效用理論更好的理論，而序數效用理論容不下邊際效用遞減的概念，所以建立在邊際效用遞減概念的 Marshall 需求理論只好被迫退出經濟學的舞台。

因此，需求理論迄今的歷史發展事實是，自從 Hicks 於 1939 年發表《價值與資本》(*Value and Capital*)一書迄今，八十年來經濟學學術社群以這套需求理論為起步，或許我們可以說以此理論作為源頭性的「遺傳基因」，漸漸演化與建構出今日取得主導地位的個體選擇理論，而個體選擇理論是今日強調個體基礎的後續龐大理論體系的基礎。需求法則由建立在邊際效用遞減法則的核心概念的 Marshall 式的需求理論，被逐漸地取代或革命性地轉化為建立在邊際替代率遞減法則的核心概念的 Hicks 式的需求理論。效用極大化的 Marshall 需求理論是一項有嚴重缺失的不科學的理論，因此必須被掃進歷史的灰燼之中。而其癥結是在 Marshall 的需求理論的核心概念邊際效用遞減是不科學的標誌，因為邊際效用遞減法則無法融入於先進精巧的新需求理論之中。這就是林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)：效用極大化的 Marshall 需求理論與無意義的邊際效用遞減法則〉文章的論述的主要重點。

另外，在林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉中，我說明在消費者直接比較每一單位商品的主觀願付價格與客觀市場價格的邊際摸索決策思維模型之下，此時即使邊際效用遞減是序數而不是基數的概念，可以在序數效用的架構下救回邊際效用遞減的概念，但其消費者均衡條件與比較靜態分析結果卻無法完全通過序數效用主義單調轉換的基本特性的考驗，因此「邊際需求價格」模型還是無法避免 Marshall 需求理論必須被擺進經



濟學歷史博物館中的命運。

這樣看來，似乎與 Marshall 論述相關的需求理論，都難逃必須擺入個體經濟學的歷史博物館中的天命。

那為何我還要寫一篇文章談論過時的已被掃入歷史的灰燼之中約八十年的 Marshall 的需求理論呢？是否純粹只是一種對歷史的偏愛呢？

其實，不是。本文的主要目的其實是要透過我對 Marshall 需求理論的模型化的經驗，編寫一套可以使它重新進入現代序數主義當道的個體經濟學舞台的劇本。在本文中我將指出與證明，在消費者比較每一單位商品的商品邊際效用與價格效用的邊際摸索決策思維下，Marshall 需求理論中邊際效用遞減法則是一種序數效用而不是基數效用的概念，並且新的消費者均衡條件與比較靜態的分析結果都可以完全通過序數效用主義單調轉換特性的嚴格考驗，所以這種修正後的 Marshall 需求理論不需要被掃入歷史的灰燼之中。甚至，在此種邊際摸索決策模式下的 Marshall 需求理論，其實，比較有機會進化或改良為一種有序數效用理論優點而無其缺點的新理論。我是在暗示與明示會存在一種有序數效用理論效用只能排序大小的優點的新理論，也就是沒有必要犧牲邊際效用遞減法則等缺點的一種兩全其美的新效用理論。而不會像 Lancaster (1953) 所強調的：

只要古典邊際效用的方法並沒有苦於被現代價值理論所強調的無能或障礙，這對於部分的(古典)經濟理論而言，這將是非常精簡的。但是，它真的為這些無能所苦，並且這件事不論 Bernardelli 博士或其他任何人都是無能為力的。<sup>6</sup>

### 3. 比較商品邊際效用與價格效用的修正 Marshall 需求理論

Marshall 需求理論的故事場景或主要提問與回答的問題是：「茶葉一磅二先令，消費者要買幾磅？」兩個關鍵假設是：「茶葉的邊際效用遞減」與「貨幣(或所得或財富)的邊際效用遞減」。Marshall 判斷是否購買某特定單位的茶葉的決策準則(決策方式)是採取邊際(淨效用)分析法：「買 10 磅茶葉，表示消費者從買 9 磅茶與 10 磅茶所得到的效用差額，足夠使他願意為其付出二先令；而若他不買第 11 磅茶，即是表示他不認為這第 11 磅茶值得他再付出二先令。」

依據上述 Marshall 需求理論的主要精神，我們可以先應用一些數學符號來刻畫 Marshall 需求理論的故事場景，再進行進一步的推論工作。

<sup>6</sup> It would be very neat for parts of economic theory if only the classical marginal utility approach did not suffer from the disabilities emphasized by the modern value theorists. However, it does suffer from those disabilities, and there is nothing that Dr. Bernardelli, or anyone else, can do about it.

一位擁有財富或所得水準為  $M$  元的消費者，在某一品質茶葉的單位價格是  $p$  元的環境下。此消費者購買與消費第  $x$  單位茶葉的邊際效用可設定為  $u_x(x)$ ，因為「茶葉的邊際效用遞減」，所以  $u_{xx} < 0$ 。此消費者的貨幣邊際效用可以用變數  $\lambda$  來表示，因為 Marshall 假定「財富的邊際效用遞減」，所以 Marshall 的意思是，貨幣邊際效用是消費者所擁有財富或所得水準為  $M$  的函數且是遞減的函數，因此貨幣的邊際效用  $\lambda$  可設定為  $\lambda(M)$ ，且  $\lambda'(M) = \lambda' < 0$ 。

在這樣的故事背景下，一方面消費者消費第  $x$  單位茶葉所獲得的消費邊際效用為  $u_x(x)$ ，另一方面消費者購買第  $x$  單位茶葉花用  $p$  元所放棄的貨幣效用為  $\lambda p = \lambda(M)p$ 。在 Marshall 的改編的故事背景下，比較商品邊際效用與價格效用的邊際摸索分析法之下，消費者購買第  $x$  單位茶葉所獲得的好處與壞處的比較為：

$$(1) \quad u_x(x) \underset{<}{\underset{\geq}{\geq}} \lambda(M)p$$

值得注意地，雖然將上式做一下簡單的移項，就可以得到前一篇文章〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉中，所敘述的消費者直接比較主觀願負的邊際需求價格與客觀的市場價格的邊際摸索決策法則，即

$$(2) \quad \frac{u_x(x)}{\lambda(M)} \underset{<}{\underset{\geq}{\geq}} p$$

其中，等號左邊就是 Marshall 邊際需求價格的定義。

我們必須謹記在心，這兩個方程式代表兩種思維方式，表示兩種決策法則，我們也將證明這兩種看似差異不大的決策方式，其實，「差之毫釐，失之千里」，將會產生非常不同的後續結果。這也凸顯效用理論的確是非常細微非常困難思考清楚的理論。

#### 4. 決策法則：比較商品邊際效用與價格效用的邊際摸索分析法

Marshall 指出：「若他在這一年內買 10 磅茶葉；那表示他從買 9 磅茶與 10 磅茶所得到的效用差額，足夠使他願意為其付出二先令；而若他不買第 11 磅茶，即是表示他不認為這第 11 磅茶值得他再付出二先令。」

我們可以將 Marshall 的這項論述，表示消費者決定是否購買某一特定單位的

茶葉的**決策法則**，即：

- (3a) 對任一單位的  $x$  而言，若  $u_x(x) > \lambda(M)p$ ，則購買該單位的茶葉；並且進一步思考是否再增加購買一單位。
- (3b) 對任一單位的  $x$  而言，若  $u_x(x) < \lambda(M)p$ ，則不購買該單位的茶葉；並且進一步思考是否再減少購買一單位。
- (3c) 對任一單位的  $x$  而言，若  $u_x(x) = \lambda(M)p$ ，則購買該單位的茶葉；並且購買數量就維持在此數量上。該單位 Marshall 稱為「邊際購買數量」。

首先，式(3a)表示，在購買某特定單位的數量下，若該單位茶葉的邊際效用  $u_x(x)$  大於茶葉價格的效用  $\lambda(M)p$ ，則消費者會購買該單位的茶葉。並且進一步思考是否再增加購買一單位。

其次，式(3b)表示，在購買某特定單位的數量下，若該單位茶葉的邊際效用  $u_x(x)$  小於茶葉價格的效用  $\lambda(M)p$ ，則消費者不會購買該單位的茶葉。並且進一步思考是否再減少購買一單位。

最後，式(3c)表示，在購買某特定單位的數量下，若該單位茶葉的邊際效用  $u_x(x)$  等於茶葉價格的效用  $\lambda(M)p$ ，這表示消費者此時買或不買這一單位對他或她來說是沒有差異的，但為分析方便起見，我們假設消費者會購買此邊際(讓他感到猶豫的)單位的茶葉。並且購買數量就維持在此數量上。該單位 Marshall 稱為「邊際購買數量」。

面對上述三種狀況，我們假設，在某一特定時點，對任何個人，對任何商品的任一單位，消費者經過一番思量之後(最後)都可以由上述三種互斥的狀況中選擇其一。也就是我們排除掉消費者在同一時點一直出現猶豫不決的情況，例如不會出現式(3a)與式(3b)兩種互斥的矛盾的判斷同時成立的情況。

消費者處於這種猶豫不決而無法做下明確決策的考慮階段的情況，其實，也是一項令人好奇與極想要進行分析的狀態，但可能得留待他日比較有空的時候再進行討論。例如，設立一個上下門檻的模型，超過上下門檻才會進行明確的決策，否則還是處在考慮或猶豫不決的時期中，他可能會轉而採取其他決策方式，或投入資源以蒐集更多的相關訊息以利評估不同決策的得失。

## 5. 消費者均衡

整理歸納上述決策法則，在購買某特定單位的數量下，若  $u_x(x) > \lambda(M)p$  則會增加購買數量，若  $u_x(x) < \lambda(M)p$  則會減少購買數量。換句話說，一位財富水準為  $M$  的消費者的最適購買數量  $(x)$  決定於：

$$(4) \quad u_x(x) = \lambda(M)p$$

等號左邊  $u_x(x)$  是「購買或消費第  $x$  單位茶葉所獲得的消費邊際效用」，等號右邊  $\lambda p$  表示「購買第  $x$  單位茶葉付出的單位價格  $p$  元所犧牲的財富的效用」，也就是為購買第  $x$  單位茶葉付出邊際成本的意思。因此，這是一典型的邊際效用等於邊際成本的最適化概念。

但是，值得注意的是，此時我們所設計的 Marshall 的分析架構不是來自後來普遍流行的受限制下的效用極大化假設出發，也不需要假設經濟模型主角(經濟人)需要具備求解「受限制下的效用極大化」的微分數學能力。也不需要再假設消費者會採取求取一階與二階條件的方式，一種普通人都無法理解的方式，進行決策。

換個角度， $u_x(x) = \lambda(M)p$  隱含：

$$(5) \quad p = \frac{u_x(x)}{\lambda(M)}$$

茶葉的數量會被採購到，最後一單位茶葉的邊際效用與貨幣的邊際效用之比所表述的貨幣價值  $u_x(x)/\lambda(M)$  等於所支付的售價  $p$ 。也就是茶葉產生的貢獻由價格的眼光(茶葉的邊際效用與貨幣的效用之比)來看剛好等於所支出的售價。同樣也是，邊際效用等於邊際成本的概念。我們已經在前一篇林忠正 (2015) 的文章〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II) Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉中，分析過此切入角度的決策模型。並且，此思維方式是明顯無法通過序數效用主義單調轉換的嚴格考驗，所以必須被擺入個體經濟學的歷史博物館中只供後人憑弔。

## 6. 比較靜態分析

均衡條件(最佳選擇的條件)已經假設好了，接著看來應該就可以把特定消費者的特定茶葉購買數量準確算出來了。但事實上，事與願違，因為就如 Marshall 在第三篇第三章文章一開頭時所說：「效用是願望或欲望的相關詞彙。願望是不能直接量度的」。因此，我們無法知道消費者的商品的邊際效用，也不知道消費者的貨幣邊際效用函數。既然不知道兩項邊際效用函數長什麼樣子，即使我們知道消費者的個人財富與茶葉價格，我們還是無能為力去算出消費者真的要購買多少數量的茶葉。<sup>7</sup>

但無法算出消費者究竟會購買多少單位的茶葉，是不是隱含消費者選擇理論毫無用武之地呢？縱使我們無法算出或預期出消費者真正的商品實際購買數量，但我們是否還能退而求其次，還是能夠使 Marshall 以及其他一般經濟學個體選擇模型盡量發揮它們的作用？答案是肯定的。

消費者模型雖然因為牽涉到個人的不易觀察的偏好，我們的理論無法算出或預期出消費者真正的商品實際購買數量，但是我們還是有能力預測如價格或所得變動後對消費數量的變化方向。因為只要我們能掌握消費者的兩項邊際效用函數的一些基本特性，我們還是有能力預測如價格或所得變動後對消費數量的變化方向。

這樣的分析，是分析外生變數(指變數的數值不是由模型求解出來的變數，在此模型中是指價格與所得)變動對內生變數(指變數的數值是由模型求解出來的變數，在此模型中是指茶葉購買數量)的影響，因為這種分析的一項基本特徵是在比較兩個不同的均衡條件下所對應的內生變數的變動情況，並且若此時均衡的概念不涉及時間變動的因素而具有靜態分析的特性，因此被稱為比較靜態分析(comparative statics)。

Katz and Rosen (1994) 在其合著的《個體經濟學》(*Microeconomics*)中，提到的讓我印象深刻的很傳神的一句話：「建構一個經濟模型就像製造一把小提琴，

<sup>7</sup> 更進一步來說，即使假設我們知道兩項邊際效用函數長甚麼樣子，我們也知道消費者的個人財富與茶葉價格，我們因此有能力去算出消費者真的要購買多少數量的茶葉。但因為什麼是邊際效用的單位是很奇怪的概念，就如 Marshall 在第三篇第三章文章一開頭時，所說的：「效用是願望或欲望的相關詞彙。願望是不能直接量度的，僅能間接由其所引起的外在現象來測量」，所以「知道兩項邊際效用函數長甚麼樣子」到底是什麼意思？在效用是不可以衡量的概念下，「知道邊際效用函數」究竟是什麼意思呢？後文再說。這也是後來 Hicks 與 Allen 等人所發起的「序數革命」(ordinal-revolution)的主要精神。

而用經濟模型來進行比較靜態分析就等於是使用小提琴來演奏音樂。」  
(Constructing a model has been likened to building a violin. Analyzing the comparative statics is using that violin to produce music.) (p.59)

那怎樣進行比較靜態分析，或怎樣以數學工具來進行比較靜態分析呢？由於消費者的行為或行動被假設為取決於均衡條件( $u_x(x) = \lambda(M)p$ )，外生變數變動前會對應出一個舊均衡條件來決定消費者舊的行為或行動，而外生變數變動後又會對應出一個新均衡條件來決定消費者新的行為或行動，比較外生變數變動前後的差異所誘發的新舊均衡所對應的消費者的新舊行動的差異，就是在進行比較靜態分析。講簡單一些，就是在均衡條件的限制下( $u_x = \lambda p$  維持不變下)，讓外生變數變動然後看看或算算內生變數會跟著怎麼變，即在受到均衡條件的規範下( $u_x = \lambda p$  維持不變下)內生變數會如何因外生變數的舞動而隨之起舞。

即在價格與所得變動前後，都必須使消費者還是維持在均衡的狀態上，也就是為方便分析起見，令淨邊際效用為  $B = u_x(x) - \lambda(M)p$ ，則在均衡時  $B = 0$  都要維持不變。所以數學上的處理是在  $B = 0$  都要維持不變之下，而允許價格與所得與購買數量可以變動。以  $dB$ 、 $dp$ 、 $dM$ 、 $dx$  表示淨邊際效用、價格、所得與購買數量的變動量。上述說明等於要求  $u_x = \lambda p$  之下，即  $B = 0$  維持不變之下，即  $dB = 0$ ，但是  $dp$ 、 $dM$  與  $dx$  可以不等於零，而其之間的關係必須受到均衡式與  $dB = 0$  的限制。

在數學技巧上，這等於是我們要對式(4)的均衡條件，做茶葉數量  $x$ 、價格  $p$  與所得  $M$  的全微分，可得：

$$(6) \quad B_x dx + B_p dp + B_M dM = dB = 0$$

其中，可以先將  $B$  寫成  $B = B(x, p, M)$ 。上式所建立的關係，刻畫在  $B = 0$  且  $dB = 0$  的條件之下， $dp$ 、 $dM$  與  $dx$  如何分別在  $B_x$ 、 $B_p$ 、 $B_M$  的權重下進行連動。其中  $B_x$ 、 $B_p$ 、 $B_M$  分別是：

$$(6a) \quad B_x = u_{xx} < 0$$

$$(6b) \quad B_p = -\lambda < 0$$

$$(6c) \quad B_M = -p\lambda' > 0$$

在茶葉邊際效用遞減  $u_{xx} < 0$  與財富邊際效用也遞減  $\lambda'(M) = \lambda' < 0$  的假定

下，式(6a)至(6c)的意義可以解釋如下：

式(6a)中  $B_x = u_{xx} < 0$  的結果表示，茶葉消費或購買的數量愈多，消費者由購買第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用愈低。這是因由於茶葉消費的邊際效用遞減（即  $u_{xx} < 0$ ），茶葉購買的數量愈多，消費者由第  $x$  單位茶葉所獲得的消費邊際效用愈低，而購買第  $x$  單位茶葉付出的單位價格  $p$  元所犧牲貨幣邊際效用  $\lambda(M)p$  維持不變，所以消費者由第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用也愈低。

式(6b)中  $B_p = -\lambda < 0$  的結果表示，茶葉售價愈高，消費者購買第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用愈低。這是因為茶葉價格提高，在原先的貨幣邊際效用下，因支出增加使購買第  $x$  單位茶葉在貨幣價值上所產生的負面感受  $\lambda(M)p$  增加，所以消費者由第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用愈低。

式(6c)中  $B_M = -p\lambda' > 0$  的結果表示，消費者的所得或財富愈多，貨幣的邊際效用愈低，購買第  $x$  單位茶葉付出的單位價格  $p$  元所犧牲的價值  $\lambda(M)p$  愈低，是故消費者由購買第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用愈高。

## 7. 推導負斜率的需求曲線：價格變動的效果

在  $dM = 0$  時，即消費者財富水準不變之下，式(6)變成：

$$B_x dx + B_p dp = 0$$

上式刻畫，在消費者財富水準不變之下，茶葉價格變動後消費者的茶葉消費數量必須變動多少，才會維持式(4)的消費者均衡式  $u_x = \lambda p$  或  $B = 0$  不變。也就是在新的價格下消費者新的均衡會出現在多少的茶葉購買數量之下。<sup>8</sup>

簡單地移項整理運算，就可以得到價格( $p$ )變動對需求量( $x$ )的影響為：

$$(7) \quad x_p = -\frac{B_p}{B_x} = \frac{\lambda}{u_{xx}} < 0$$

式中  $x_p < 0$  的結果表示，茶葉售價提高，茶葉購買數量會減少。簡單地說，價格愈高需求量愈少，這就是需求法則，也就是負斜率的需求線的意思。這是因為茶葉價格提高，在貨幣邊際效用固定下，價格支出( $p$ )增加使購買原先的第  $x$  單位茶葉所犧牲的貨幣效用  $\lambda p$  愈大，而消費者茶葉的邊際效用  $u_x(x)$  不變，消費者由

<sup>8</sup>另一種不用微分的方式，可以這樣想： $B = u_x(x^*) - \lambda(M)p = 0$ ,  $\hat{B} = u_x(\hat{x}^*) - \lambda(M)\hat{p} = 0$ 。

第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用也愈低，所以茶葉售價愈高消費者會減少茶葉的需求數量。

### 7.1. 回頭看看 Marshall 怎麼說

依據 Marshall 的說法是：

**邊際需求價格** 一人對於一件東西的持有量愈大，在其他條件不變（即是貨幣的購買力與這個人所能支配的貨幣數量都不變）下，他為增加一點這樣東西所出的價格便愈小；或者說，他對這件東西的邊際需求價格遞減。

換句話說，本文是將價格視為外生變數並將購買數量視為內生變數，並採取消費者在面對既定的價格（身為價格接受者）的情境下，思考買幾單位茶葉是最佳決策。並在茶葉的邊際效用遞減之下，獲得價格提高會減少購買數量的負斜率的需求曲線的結論。

而 Marshall 的思維方式，則是在不同的茶葉消費數量之下，思考消費者最高願意付出的邊際價格，當邊際價格低於（或等於）市價時則購買該單位，反之則不購買。在兩者相等時，達到均衡。並在茶葉的邊際效用遞減的假設下，獲得消費數量增加（下降）邊際需求價格下降（提高）的負斜率的需求曲線的結論。

乍看之下，雖然兩者的推論方向不同，但意義好像一樣，但事實上兩種不同的思維方式，可能導致非常不同的結果。

### 7.2. 需求曲線的圖解

現在是到了可以以圖像化的方式來描繪與解釋上述分析的時候了。

那要怎樣思考要畫出怎樣的圖形呢？首先要思考的三個問題是，模型的出發點是什麼？決定原則或均衡條件是什麼？以及結果或目標是什麼？怎樣透過對這三個問題的思索，以決定要在怎樣的平面上（空間上），即平面上的兩軸分別應該擺放怎樣的變數，以及要畫出怎樣的圖形。

首先，模型的出發點是比較以下兩項邊際效用的大小：購買某一單位的商品  $x$  所帶來的消費的邊際效用  $u_x(x)$ ，以及為取得這一單位茶葉所付出的單位價格  $p$  元所犧牲的效用  $\lambda(M)p$ ，來決定是否購買某特定單位的茶葉。所以，由此角度來看，我們需要畫的圖形應該要包含這兩項邊際效用的曲線，而且兩軸所擺放的變數將分別是商品  $x$  數量與商品邊際效用  $u_x(x)$  與價格的效用  $\lambda(M)p$ 。



其次，決定原則或均衡條件是商品與貨幣邊際效用差值或淨邊際效用等於零  $B=0$ 。所以，由此角度來看，我們需要畫的圖形應該要畫出邊際淨效用的曲線，而且兩軸上所擺放的變數將分別是商品  $x$  數量與邊際淨效用  $B$ 。

最後，我們的目標或想要的結果是要畫出需求曲線，由此角度來看，我們需要畫的圖形應該要畫出需求曲線，因為需求曲線是記載價格與數量之間的關係，兩軸上所擺放的變數因此將分別是商品  $x$  數量與商品價格  $p$ 。

三個圖有一共同點是：每一個圖的其中一軸的變數都是消費數量。因此，兩種畫圖方式，分別是將三個圖採用上下直列的方式或者是左右橫列的方式，來加以呈現。若三個圖採取上下直列的方式來作圖，則身為共同變數的茶葉數量必須出現在每一個圖的橫軸上；若三個圖採取左右橫列的方式加以刻畫，則身為共同變數的茶葉數量必須出現在每一個圖的縱軸上。由於，經濟學已習慣將需求曲線畫在價格為縱軸而數量為橫軸的平面上，所以在本文中我們也從俗以慣例畫出需求曲線，這表示我們將以上下直列的方式來作圖。

藉由【圖 1】我們可以展示如何藉由消費者均衡條件，以獲得最適消費數量的決定過程。在【圖 1】的上圖中，橫軸表示茶葉數量多少的  $x$  值，縱軸衡量邊際效用或效用的高低。其中， $u_x(x)$  直線表示人們消費第  $x$  單位茶葉的消費邊際效用。價格的效用  $\lambda(M)p$  為水平直線，因為需求數量的變化不會影響貨幣的邊際效用。

直線  $u_x(x)$  與直線  $\lambda(M)p$ ，在縱軸 ( $x=0$ ) 上的截距分別是  $u_x(0)$  與  $\lambda(M)p$ 。在茶葉邊際效用遞減  $u_{xx} < 0$  與貨幣邊際效用是  $\lambda(M)p$  的假設下，兩線斜率分別是負的  $u_{xx}(x) < 0$  與零  $\lambda_x = 0$ 。為作圖方便起見，我們通常將  $u_x(x)$  線畫成直線。所以，圖中  $u_x(x)$  與  $\lambda(M)p$  兩條線分別被畫成負斜率直線與水平直線。

在【圖 1】的中圖中，橫軸也是表示茶葉數量多寡的  $x$  值，縱軸表示購買每單位茶葉的淨邊際效用  $B = u_x(x) - \lambda(M)p$ 。 $BB$  線則代表茶葉的淨邊際效用。在【圖 1】的下圖中，橫軸也是表示茶葉數量多寡的  $x$  值，縱軸表示茶葉價格高低的  $p$  值。

考慮在每單位茶葉價格  $p$  元時，一位擁有財富或所得水準  $M$  元的消費者的購買行為。假設當淨邊際效用為  $B=0$  時，所對應的茶葉需求數量為  $x^*$ 。當消費者購買數量低於  $x^*$  時，例如當  $x = a < x^*$  時，其淨邊際效用為正  $B > 0$ ， $u_x(x)$  直線的垂直高度大於  $\lambda p$  直線的高度，茶葉消費邊際效用大於支出貨幣的效用，會

增加購買數量。當消費者購買數量高於  $x^*$  時，例如當  $x=b > x^*$  時，其淨邊際效用為負  $B < 0$ ， $u_x(x)$  直線的垂直高度小於  $\lambda p$  直線的高度，茶葉消費邊際效用小於支出貨幣的效用，會減少購買數量。唯有當消費者購買數量正好等於  $x^*$  時，其淨邊際效用為  $B=0$ ， $u_x(x)$  直線的垂直高度等於  $\lambda(M)p$  直線的高度，茶葉消費邊際效用等於支出貨幣的效用，不會再調整購買數量。消費者此時達到均衡，均衡出現在上圖中兩線交點  $e^*$  上，並出現在中圖中的  $B^*$  點上，將此均衡點所對應的價格  $p$  與數量  $x^*$  畫在下圖中就是均衡點  $E^*$ 。

接著透過【圖 2】我們可以展示需求線如何以圖解方式加以導出過程。當價格由  $p$  上漲至  $\hat{p}$  時， $u_x(x)$  直線不動，但  $\lambda(M)p$  平行上移至  $\lambda(M)\hat{p}$  的位置， $\lambda(M)p$  與  $\lambda(M)\hat{p}$  兩線在縱軸 ( $x=0$ ) 截距分別是  $\lambda(M)p$  與  $\lambda(M)\hat{p}$  且  $\lambda(M)p < \lambda(M)\hat{p}$ ，因為貨幣的邊際效用不受購買數量的影響，所以兩線斜率皆是 0，在上圖中  $\lambda(M)\hat{p}$  線因此比  $\lambda(M)p$  線的位置高且互相平行。新均衡出現在上圖兩線的新交點  $\hat{e}^*$  上。

而在中圖裡，在原來的均衡購買數量  $x^*$  下，消費者的淨邊際效用由零變成負值，這表示淨邊際效用曲線由  $BB$  線下移至  $\hat{B}\hat{B}$  線，均衡點由  $B^*$  變成  $\hat{B}^*$  點。將此均衡點  $\hat{e}^*$  與  $\hat{B}^*$  所對應的價格  $\hat{p}$  與數量  $\hat{x}^*$  畫在下圖中，此均衡點坐落在  $\hat{E}^*$  點上，連接  $E^*$  與  $\hat{E}^*$ ，就可畫出負斜率的個人需求線  $x^d = x^d(p, M)$ 。

## 8. 推導 Engel 曲線：所得變動的效果

雖然，Marshall 沒有直接說明所得或財富變動後消費者的購買數量的變化，但他的思維邏輯或模型，是很容易用來分析此一問題的。

在  $dp=0$  時，即茶葉價格不變之下，式(6)變成：

$$B_x dx + B_M dM = 0$$

上式刻畫，在茶葉價格不變之下，消費者財富水準變動後消費者的茶葉消費數量必須變動多少，以維持式(4)的消費者均衡式不變。也就是在新的消費者財富水準下消費者新的均衡會出現在多少的購買數量之下。

所得 ( $M$ ) 變動對需求量 ( $x$ ) 的影響為：

$$(8) \quad x_M = -\frac{B_M}{B_x} = \frac{p\lambda'}{u_{xx}} > 0$$

式中  $x_M > 0$  的結果表示，人們錢多時購買數量比較大，主要原因是因為貨幣邊際效用遞減。因為當愈有錢時，貨幣邊際效用愈低，購買第  $x$  單位茶葉所付出的價格的負面感受  $\lambda(M)p$  愈小，在茶葉的邊際效用函數  $u_x(x)$  不變(即不受所得變動的影響)之下，由消費第  $x$  單位茶葉所獲得的淨邊際效用愈高。所以當人們愈有錢時，錢的邊際價值(相對於茶葉的邊際效用)變得愈低，願意用比較多錢去購買更多的東西。

### 8.1. 回頭看看 Marshall 怎麼說

依據 Marshall 的說法是：

「換句話說，一人變得愈富有，則貨幣對他的邊際效用愈小；對於某一定量的利益，他的財富每增加一點，其願付出的價格也就增加一點。同樣的情形，他的財富每減少一點，貨幣對他的邊際效用就增加一點，而他願意為任何利益所付出的價格也就減少一點。」

本文是將價格視為外生變數並將購買數量視為內生變數，並採取消費者在面對既定的價格(身為價格接受者)的情境下，思考在不同的財富水準下，消費者買幾單位茶葉是其最佳決策。並在茶葉的邊際效用及貨幣的邊際效用都遞減的假設之下，獲得消費者的財富提高，消費者的貨幣的邊際效用下降，而會增加購買數量的結論。

而 Marshall 的思維方式，則是在不同的消費者的財富之下，思考在不同的茶葉消費數量之下，消費者最高願意付出的邊際價格，當邊際價格高於(或等於)市價時則購買該單位，反之則不購買；在兩者相等時，達到均衡。因此，當消費者的財富提高，消費者的貨幣的邊際效用下降，消費者最高願意付出的邊際價格提高，在原本的購買數量下(消費者茶葉的邊際效用不變)，消費者的最高願意付出的邊際價格提高由等於市場價格，變成高於市場價格，所以願意增加購買數量。

雖然，這兩者的思維方式不同，但是，看來好像，只是同一錢幣的兩面是互通的解釋，其背後精神與所獲得的結論看來好像應該是一致的。但事實上兩種不同的思維方式，可能導致非常不同的結果。

### 8.2. 所得變動對需求曲線的作用與 Engel 曲線的圖解

【圖 3】刻劃所得變動對需求線影響的圖解過程。當消費者所得由  $M$  增加到  $\hat{M}$  時， $\lambda(M)p$  直線會平行下移至  $\lambda(\hat{M})p$ 。 $\lambda(\hat{M})p$  與  $\lambda(M)p$  兩線在縱軸( $x=0$ ) 截距分別是  $\lambda(\hat{M})p$  與  $\lambda(M)p$  且  $\lambda(\hat{M})p < \lambda(M)p$ ，兩線斜率都是  $\lambda_x(\hat{M})=0$  與  $\lambda_x(M)=0$ ，所以圖中  $\lambda(\hat{M})p$  線比  $\lambda(M)p$  線的位置低且斜率不變(兩線都是平行

線)。新均衡出現在上圖的  $\hat{e}^*$  上，將此均衡點所對應的價格  $p$  與數量  $\hat{x}^*$ ，畫在下圖中呈現的就是均衡點  $\hat{E}^*$ ，負斜率的個人需求線則由  $x^d = x^d(p, M)$  外移至  $x^d = x^d(p, \hat{M})$ 。此結果意謂，當所得提高時在相同的價格下消費者的需求量會增加。

【圖 4】描繪所得變動對需求量的影響，藉以畫出 Engel 線(所得消費線於數量與所得平面上的圖形)。異於【圖 1】、【圖 2】與【圖 3】，在【圖 4】的下半部圖形中，橫軸也是表示茶葉數量高低的  $x$  值，但縱軸是衡量消費者所得高低的  $M$  值。當消費者所得是  $M$  時， $u_x(x)$  直線與  $\lambda(M)p$  直線的均衡交點在  $e^*$ ，將此均衡點所對應的所得  $M$  與數量  $x^*$  畫在下圖中就是均衡點  $E^*$ 。當消費者所得由  $M$  增加到  $\hat{M}$  時， $\lambda(M)p$  直線會平行下移至  $\lambda(\hat{M})p$ ，新均衡落在上圖中的  $\hat{e}^*$  上，將此均衡點所對應的所得  $\hat{M}$  與數量  $\hat{x}^*$  畫在下圖中是均衡點  $\hat{E}^*$ 。連接  $E^*$  與  $\hat{E}^*$  兩均衡點就可畫出正斜率的 Engel 線。

## 9. 市場需求函數

需求函數為價格的負函數但是所得的正函數，可以簡潔表達為：

$$(9) \quad x^d = x^d(p, M); \quad x_p = \frac{\lambda}{u_{xx}} < 0, \quad x_M = \frac{p\lambda'}{u_{xx}} > 0$$

依據 Marshall 的說法是：

**轉到對集體或市場需求的說明** 直到現在為止，我們所注意的是單獨一人的需求。在如像茶葉這類特殊的例子裡，一個單獨個人的需求足可代表整個市場的一般需求：因為對茶的需求是一種經常不變的需求；同時又因其可以小數量地購買，它的價格的每一次變動，都頗有可能影響他將購買的數量。

簡單地說，Marshall 的意思應該是個人需求曲線的一些特性就足以反映市場需求曲線的特性，例如價格提高購買量下跌，所得提高購買量增加等。

最簡單的假想狀態是假設若有  $n$  個同質的或相同的消費者，則市場需求函數是  $n$  個個別需求函數的加總，可以簡潔表達為：

$$(10) \quad X^d = X^d(p, M) = nx^d(p, M); \quad X_p = \frac{n\lambda}{u_{xx}} < 0, \quad X_M = \frac{np\lambda'}{u_{xx}} > 0$$

【圖 5】描繪如何由個別的需求曲線，透過水平加總的簡單技巧，求得市場的需求曲線。

## 10. 單調轉換

序數效用理論的基本精神是數值相對大小次序一樣的總效用函數都可以用來表示相同的偏好關係。以數學的觀點來看，一個序數效用函數經過任何的正向單調轉換後的新效用函數都可以用來表示同樣的偏好關係。

對商品邊際效用  $u_x(x)$  透過單調函數  $F(\cdot)$ ;  $F' > 0$  轉換為  $\hat{u}_x = F(u_x(x))$ ; 同時對  $p$  元的價格效用  $\lambda(M)p$  做同樣的單調轉換為  $\Gamma(M, p) = F(\lambda(M)p)$ 。即

$$(11) \quad \hat{u}_x = F(u_x(x)); \quad F' > 0, \quad F'' \geq 0$$

$$(12) \quad \Gamma(M, p) = F(\lambda(M)p); \quad F' > 0, \quad F'' \geq 0$$

正向單調轉換的特性反映在轉換函數  $F(\cdot)$  的一階導數為正  $F' > 0$  的特性上。二階導數的正負則完全不會影響單調正向轉換的特性，所以  $F'' \geq 0$ 。

單調轉換的方程式隱含以下的一些衍生的意義：

$$(13) \quad \hat{u}_{xx} = F'u_{xx}$$

$$(14) \quad \Gamma_M(M, p) = F'\lambda'(M)p$$

$$(15) \quad \Gamma_p(M, p) = F'\lambda(M)$$

因為正向單調轉換  $F(\cdot)$ ;  $F' > 0$  的基本特性，所以  $sign(u_{xx}) = sign(\hat{u}_{xx})$  與  $sign(\Gamma_M) = sign(\lambda'p)$  且  $sign(\Gamma_p) = sign(\lambda)$ 。在單調轉換前商品的邊際效用遞減  $u_{xx} < 0$ ，在單調轉換之後商品的邊際效用一定還是遞減  $\hat{u}_{xx} < 0$ 。因此，非常重要地，邊際效用遞減在此新分析架構中是序數效用概念，而非如在極大化總效用理論中是基數效用的代名詞或同義詞。邊際效用遞減是基數效用的同義詞是現代公認的效用理論的基本特性，兩者一直是以同進同出一體的兩面的身分出現在現代效用理論中。

此時邊際效用遞減是序數而不是基數的概念，也就是，我們已經可以在序數效用的架構下找回邊際效用遞減的概念，那麼消費者採取比較每一單位商品的商品邊際效用與價格效用的邊際摸索思維方式的 Marshall 需求理論，是否不需要再

被擺進經濟學歷史博物館呢？接著，我們的任務是要探索在消費者採取比較每一單位商品的商品邊際效用與價格效用的邊際摸索思維模型之下，此時新的消費者均衡條件與比較靜態分析結果，能不能完全通過序數效用主義單調轉換的基本特性的考驗，才能明確地獲得此問題的答案。

轉換後的消費者均衡要求：

$$(16) \quad F(u_x(x)) = F(\lambda(M)p)$$

首先，原均衡條件為  $u_x(x) = \lambda(M)p$ ，透過相同函數的單調轉換，將兩個相等的數值轉換成兩個新的數值，這兩個新的數值也一定會相等，所以轉換後新的均衡條件  $F(u_x(x)) = F(\lambda(M)p)$  也一定還會成立。故單調正向轉換前後的最適條件與最適解都不會改變。

其次，簡單的計算可得，價格與所得變動對購買數量的效果分別為：

$$(17) \quad x_p = \frac{\Gamma_p}{\hat{u}_{xx}} = \frac{F'\lambda(M)}{F'u_{xx}} = \frac{\lambda(M)}{u_{xx}} < 0$$

$$(18) \quad x_M = \frac{\Gamma_M}{\hat{u}_{xx}} = \frac{F'\lambda'(M)p}{F'u_{xx}} = \frac{p\lambda'}{u_{xx}} > 0$$

此比較靜態分析結果與單調轉換前的結果式(7)和(8)相同。因此對邊際效用函數進行單調正向轉換不影響比較靜態的結果。

因此總效用函數經過單調正向轉換後，不會影響消費者的均衡條件，也不會影響比較靜態分析的整體的或最後的結果。這就重現了序數效用理論的基本特性，也就是單調正向轉換前後的效用函數，表示相同的個人偏好。既然是代表相同的偏好，因此也應該隱含相同的個人行為。

因此在直接從邊際效用出發的邊際摸索的交易理論的概念之下，即新的邊際摸索的 Marshall 需求理論能與序數效用的概念並存，也就是在由邊際效用出發的理論或決策思維方式之下，邊際效用遞減法則能與序數效用的理念共存共榮。所以，邊際效用遞減法則與邊際摸索思維下的 Marshall 的需求理論還是可以在現代經濟理論中擔綱演出，只是要加入一些新的現代序數效用理論的元素。

對 Marshall 需求理論的討論，帶給我們一項很大的啟示：在邊際摸索的思維方式之下，建構一套能合理接納邊際效用遞減法則的序數效用分析法是可能的。

但這還不是完美完整的模型，在下一篇文章我再提出我心中理想的新理論，值得一提的是曾正男對新模型的提出做出很大的貢獻。

## 11.結語：露出希望的曙光

在前兩篇文章，說明為何 Marshall 需求理論會被擺進經濟學歷史博物館中。

林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)：效用極大化的 Marshall 需求理論與無意義的邊際效用遞減法則〉的文章中，我說明其關鍵原因是因為在效用數值只能排序的序數效用理念之下，邊際效用遞減法則是無意義的，建立在邊際效用遞減概念之上的效用極大化的 Marshall 需求理論也成為無意義的理論，因此必須退出當前經濟學的舞台而進入歷史的博物館中存放。

在林忠正 (2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉中，我說明在消費者直接比較每一單位商品的主觀願付價格與客觀市場價格的邊際摸索決策思維模型之下，此時即使邊際效用遞減是序數而不是基數的概念，可以在序數效用的架構下救回邊際效用遞減的概念，但其消費者均衡條件與比較靜態分析結果卻無法完全通過序數效用主義單調轉換的基本特性的考驗，因此「邊際需求價格」模型還是無法避免 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館中的命運。

本文的主要目的是要透過我對 Marshall 需求理論的模型化的經驗，編寫一套可以使它重新進入現代序數主義當道的個體經濟學舞台的劇本。我為 Marshall 理論所編寫的新劇本是消費者採取比較每一單位商品的商品邊際效用與價格效用的邊際摸索思維方式的 Marshall 需求理論，接著我們探討在此種邊際效用出發的決策思維方式或理論之下，邊際效用遞減法則能否與序數效用的理念共存共榮？答案，是肯定的，雖然不完美。本文提供明確的證明來呈現這項論述。

本文要告訴讀者，邊際效用遞減法則與 Marshall 的需求理論還是可以在現代經濟理論中擔綱演出，只是要修正 Marshall 關於邊際摸索方式的切入方式並加入一些新的現代序數效用理論的元素。在這篇文章中，我要暗示或明示的一項重要含意是，尋找一種有現代序數與基數效用理論優點而無其缺點的新效用

理論是可以積極期待的，事實上，它的雛型已經在這篇論文中現身了。

當然，這個理論的雛型是不完美的。例如，價格  $p$  元的效用被設立為  $\lambda(M)p$  的形式，這表示這  $p$  元的每一塊錢的貨幣邊際效用都是維持一樣的常數，並且貨幣的邊際效用只是原先所得高低的函數。另外，人對商品的評價與對金錢的評價是否是來自於同一個整合後的價值觀或是來自於未整合的價值觀的類似問題，也還沒有深入思考與討論。

我將在下一篇文章中，介紹我現在心中理想的序數邊際效用理論，一種很有潛力能真正完成序數效用革命的效用與需求理論。

## Reference

- 王作榮譯，(1965)，《經濟學原理》(*Principles of Economics*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- 林忠正，(2015)，〈序數與基數效用理論簡史 I：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(1)，研討論文。
- 林忠正，(2015)，〈序數與基數效用理論簡史 II：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(2)，研討論文。
- 林忠正，(2015)，〈邊際效用遞減法則在序數與基數效用理論中的角色：難覓合適棲身之地的邊際效用遞減法則〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(3)，研討論文。
- 林忠正，(2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)：效用極大化的 Marshall 模型與無意義的邊際效用遞減法則〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(4)，研討論文。
- 林忠正，(2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(5)，研討論文。
- 邢慕寰譯，(1967)，《價值與資本》(*Value and Capital*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- 施建生著，(1992)，《經濟學原理》，台北市：大中國圖書公司。
- Bernardelli, H. (1938) "The End of the Marginal Utility Theory?," *Economica*, 5:18, pp. 192-212.
- Brown, E.P. (1934) "Notes on the Determinateness of the Utility Function: I," *The*



*Review of Economic Studies*, 2:1, pp. 66-69.

Colander, D. (1995) "Marshallian General Equilibrium Analysis," *Eastern Economic Journal*, 21:3, pp. 281-293.

Hicks, J.R. (1939) *Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, Oxford: Clarendon Press.

Howey, R.S. (1960) *The Rise of the Marginal Utility School, 1870-1889*, Lawrence: University of Kansas Press.

Jevons, W.S. (1871) *The Theory of Political Economy*, Macmillan & Co.

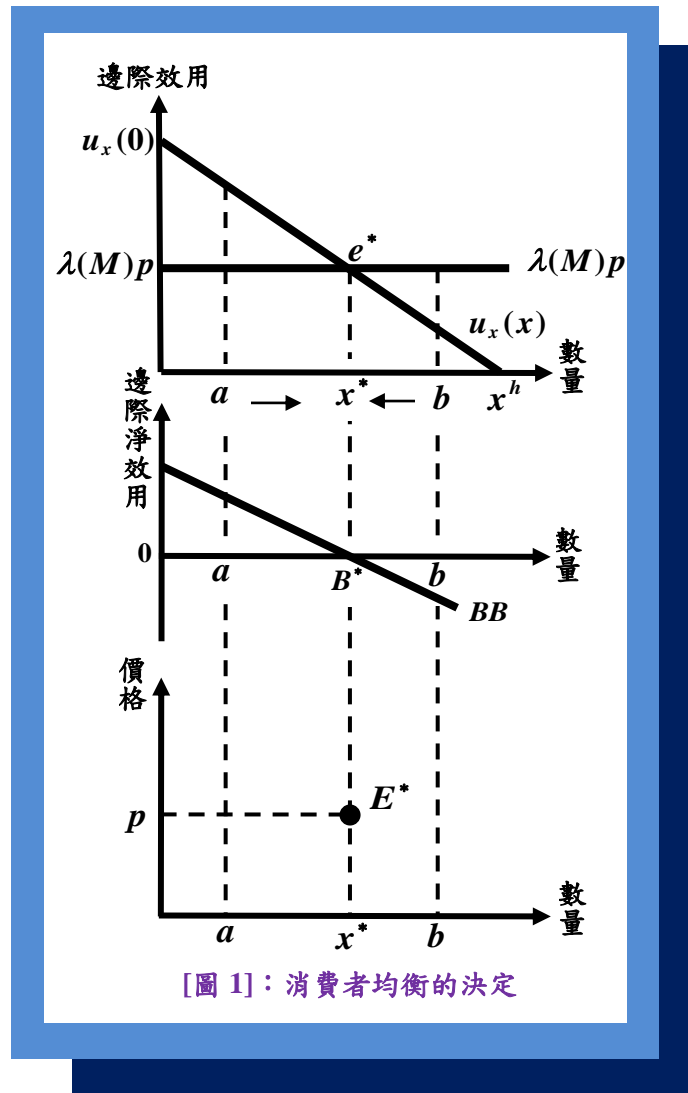
Katz, M. and R. Rosen (1994) *Microeconomics*, 2nd ed., Irwin.

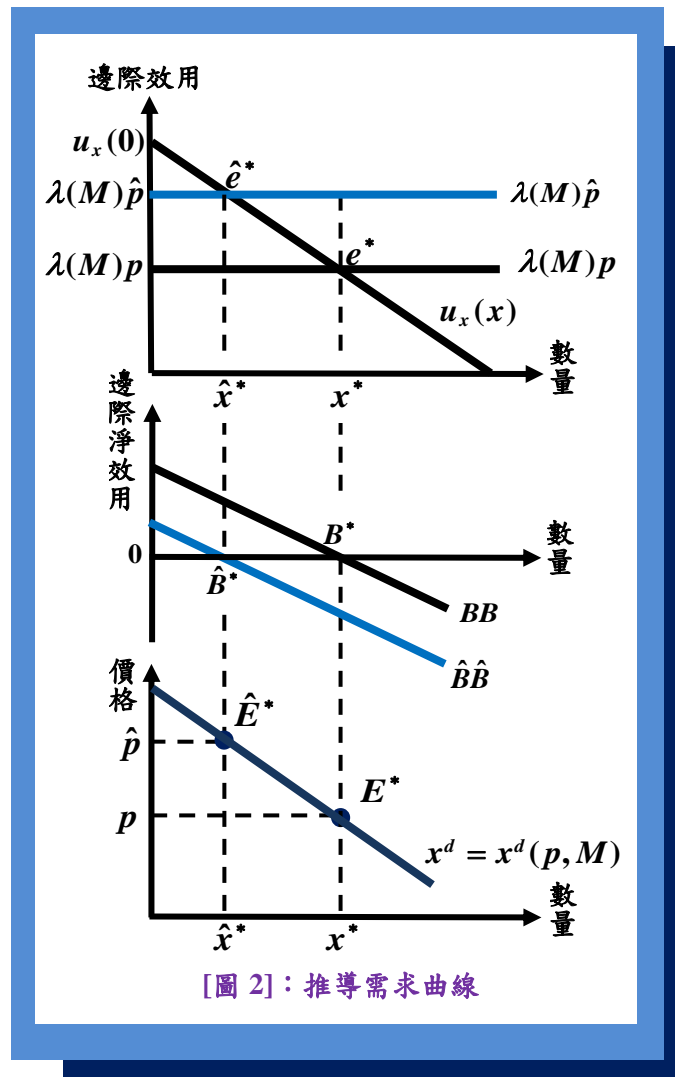
Lancaster, K. (1953) "A Refutation of Mr. Bernardelli," *Economica*, 19, pp. 259-262.

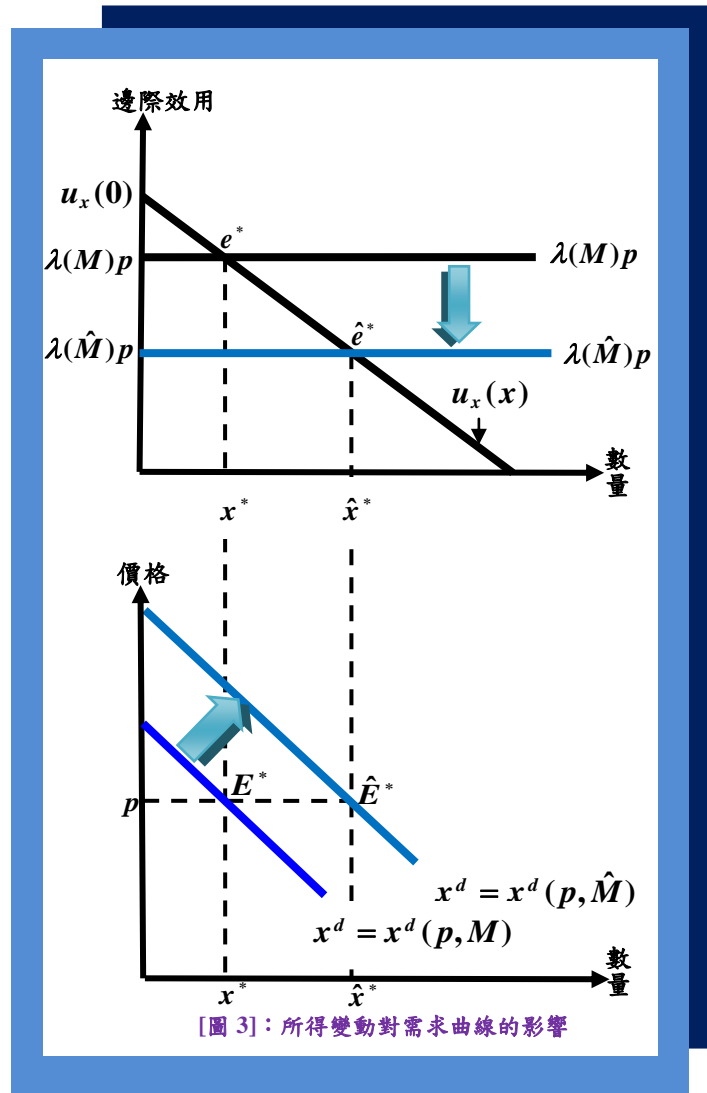
Marshall, A. (1920) *Principles of Economics: an Introductory Volume*, London; New York: Macmillan for the Royal Economic Society.

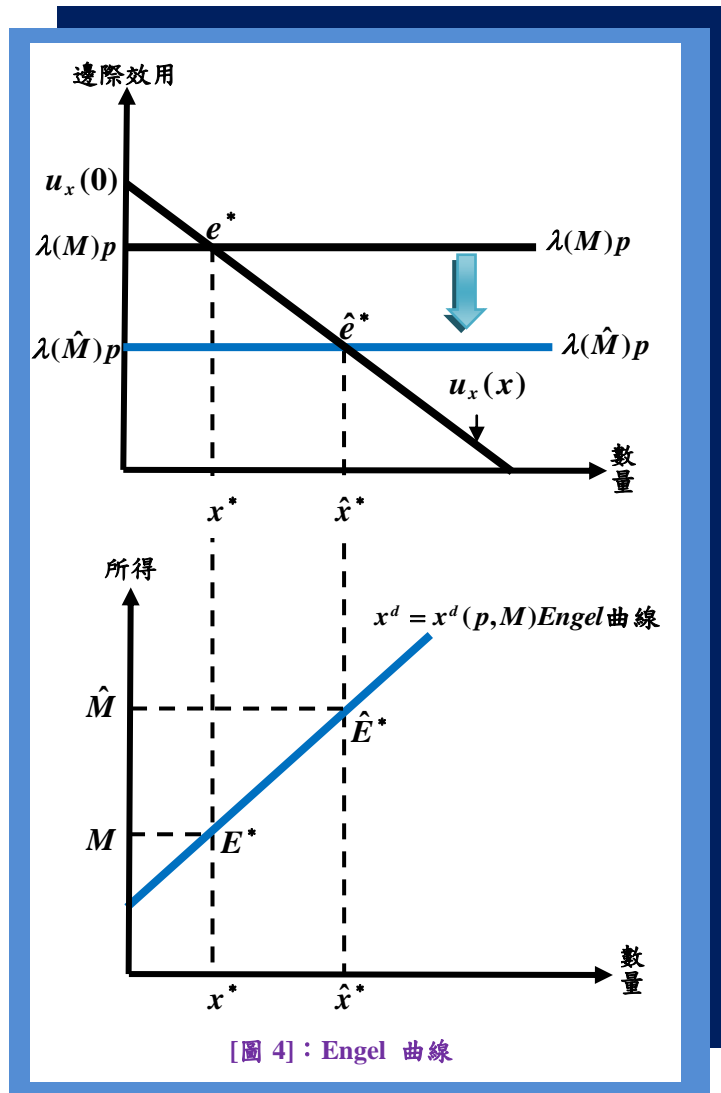
Moscatti, I. (2013b) "Were Jevons, Menger and Walras really Cardinalists? On the Notion of Measurement in Utility Theory, Psychology, Mathematics, and Other Disciplines, 1870-1910," *History of Political Economy*, 45, pp. 373-414.

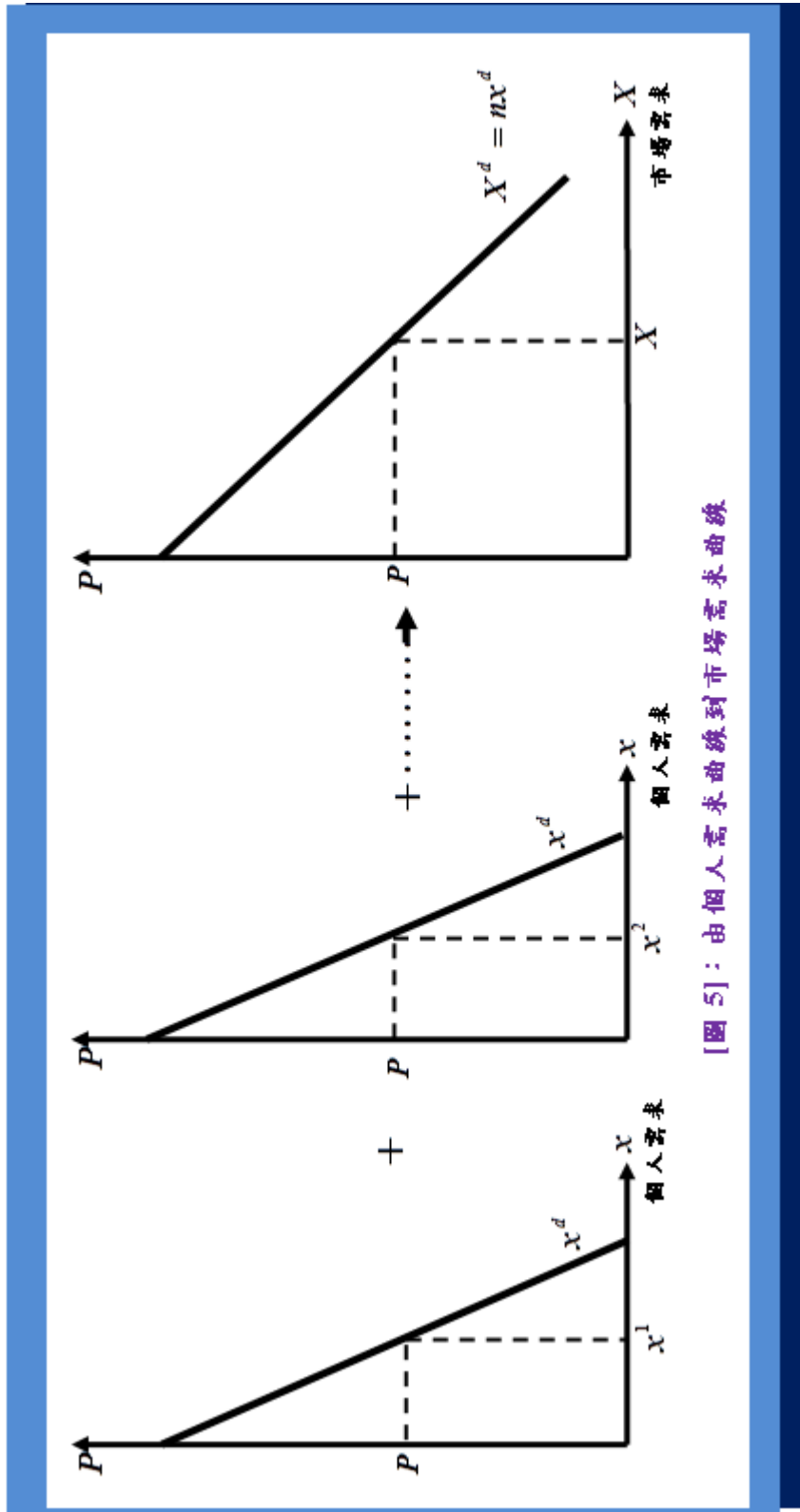
Walras, L. (1874) 1954 *Elements of Pure Economics*, Homewood, Ill.: Richard D. Irwin.











[圖 5]: 由個人需求曲線到市場需求曲線