

在新十字交叉圖形下圖解價格變動的需求效果

取代無異曲線下 Slutsky-equation 的新圖解

林忠正*

中央研究院經濟所研究員
國立政治大學財政系教授
國立交通大學經營管理研究所教授
台北市南港區(115-41)研究院路2段128號
中央研究院經濟所
電話: 886-2-2782-2791 轉 507
電子信箱: cclin@econ.sinica.edu.tw

開始撰稿-2016年1月20日

完稿時間-2016年2月03日

列印時間-2016年4月18日



*謝謝林曉珮助理非常有效率的協助，也很謝謝政大財政研究所所江若妘同學的細心校稿。

在新十字交叉圖形下圖解價格變動的需求效果

取代無異曲線下 Slutsky-equation 的新圖解

[摘要]在前一篇林忠正(2016)的編號第 19 號的《當無異曲線被淘汰時用什麼來取代 Slutsky-equation：新理論價格變動的需求效果》文章中，關於刻劃價格變動對消費者購買數量影響的 Slutsky 方程式的討論中，我們申論說在新理論中不再假設消費者有能力對不同的整個商品組合進行偏好排序，所以不再有無異曲線與替代效果與所得效果的概念了。這是因為由於每一個商品組合代表一個總效用，不再對商品組合進行偏好排序，意味著不再有總效用函數。不再由總效用的觀念出發，也就意味著不再有無異曲線。不再有無異曲線的概念，也因此隱含不再有無異曲線可以被固定不變以定義替代效果的概念，也不再有所得效果可以區分為替代效果與所得效果的分別了。當然，這意味著創始於 1910 年代而於 1930 年代開始聞名於經濟學界的 Slutsky 方程式，將不會在新理論中現身了。那麼，在不再有 Slutsky 方程式的新的理論中，我們在林忠正(2016)《當無異曲線被淘汰時用什麼來取代 Slutsky-equation：新理論價格變動的需求效果》的文章中，已經明說可用價格變化對需求量的影響的新方程式來取代知名的 Slutsky 方程式。在這篇接續的文章中，我們將焦點轉到價格變動對需求量的影響的圖解的問題上，我們以圖解的方式來呈現新理論的新方程式是比舊理論的舊方程式更自然、更豐富、更合乎直覺的理論。

JEL 分類：B130, D110

1. 當Slutsky equation退場時用何種新圖形來取代無異曲線圖

在 Slutsky-Hicks 的序數總效用分析法或無異曲線分析法之下，經濟學家已經很熟悉的一些知名概念是：價格變化對需求量影響的總效果，可以拆解為替代效果與所得效果。在當前標準的主流理論中，價格變動對最適消費組合的影響，記載於所謂的 Slutsky 方程式之中。此方程式強調價格變動的總效果可以分解成替代效果與所得效果，替代效果是在原先的無異曲線之下純粹因相對價格變化所引起的需求數量的變化，所得效果則是在相對價格不變之下純粹因所得變動所引起的需求數量的變化。由於序數總效用理論總是要求無異曲線必須凸向原點或是邊際替代率必須遞減才能保證有內部均衡解，所以自身價格變動的替代效果一定是負值，而所得效果則可正、可負、可零。這樣的觀念具體地呈現在創始於 1910 年代而於 1930 年代開始知名的 Slutsky 方程式，並且其圖解方式就呈現在知名的無異曲線的圖形上。

在新理論中，我們不再假設消費者會或有能力對不同的整個商品組合進行偏好排序。由於每一個商品組合代表一個總效用，不再對商品組合進行偏好排序，意味著不再有總效用函數。不再由總效用的觀念出發，也就意味著不再有無異曲線。不再有無異曲線的概念，也因此隱含不再有可以區分替代效果與所得效果的無異曲線圖形了。當然，這意味著創始於 1910 年代而從 1930 年代開始知名的 Slutsky 方程式，將不會在新理論中現身了。在不再有 Slutsky 方程式的新的理論中，在林忠正(2016)《當無異曲線被淘汰時用什麼來取代 Slutsky-equation：新理論價格變動的需求效果》的文章中，我們明說可用價格變化對需求量的影響的新方程式來取代知名的 Slutsky 方程式。在這篇接續的文章中，我們將焦點轉到價格變動對需求量的影響的圖解的問題上，我們以圖解的方式來呈現新理論的新方程式是比舊理論的舊方程式更自然、更豐富、更合乎直覺的理論。

我們稱呼新理論的基本圖解為「新十字交叉圖」。在「新的跨界十字交叉 (a new cross-cross)的用語中，出現「cross-cross」這個重複的英文字眼，這兩個「交叉」字詞各有其各自的意義，第一項是指橫跨兩種價值觀的意思，即「跨界的十字交叉」的兩條線分別源自兩種不同的價值觀或偏好關係的意思，二是指相交的兩條線的意思。「新的跨價值觀的十字交叉」中構成「跨界的十字交叉」的兩條線通常分別被畫成負斜率的商品邊際效用曲線與通常被畫成正斜率的價格效用曲線。

「新的跨價值觀的十字交叉」圖形的目標不是要取代經濟學中另一種原有的十字交

叉圖形，如「供給和需求」的「馬歇爾交叉」，還是「IS-LM」的「希克斯交叉」，或是「45度線」的「薩繆爾森交叉」，而是要取代經濟學中一種非常特殊卻又極為常見的非十字交叉圖形，它是用來刻劃消費者均衡狀態的 Pareto-Slutsky-Hicks-Allen「無異曲線與預算限制線相切」的圖形。

當用來刻劃消費者均衡狀態的 Pareto-Slutsky-Hicks-Allen 的「無異曲線與預算限制線相切」的消費者均衡圖形，被通常被畫成一條負斜率的商品邊際效用曲線與一條正斜率的價格效用曲線的「跨界的十字交叉」的消費者均衡圖形所取代時，那我們接著要展示的是如何以新的「跨界的十字交叉」的消費者均衡圖形來呈現如 Slutsky 方程式所展現的價格變動對商品需求數量的影響效果。

2. 新的消費者決策理論

在討論新的類似於 Slutsky equation 的新理論的基本模型中，我們假設商品的邊際效用函數是：

$$(1) \quad \phi_x(x; \text{other things}) = \phi_x(x; M - px); \phi_{xx} < 0, \phi_{xm} \leq 0$$

其中， $\phi_{xx} < 0$ 的假設顯示商品的邊際效用遞減的特性。另外， $m = M - px$ 為所購買商品後所持有的現金額度，對 x 商品是(事後)所得的正常品、中立品、以及劣等品的定義分別是：

$$(2a) \quad \phi_{xm} > 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品是正常品}$$

$$(2b) \quad \phi_{xm} = 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品是中立品}$$

$$(2c) \quad \phi_{xm} < 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品是劣等品}$$

價格效用函數被假設為：

$$(3) \quad \psi^p(p; \text{other things}) = \psi^p(p; x, m = M - px); \quad \psi_p^p > 0, \psi_x^p > 0, \psi_m^p < 0$$

$\psi_p^p > 0$ 的設定意味著商品價格愈高價格的效用愈大； $\psi_m^p < 0$ 的假設暗示消費者所保有的

現金或財富愈多價格的效用愈低；另外，價格效用中 $\psi_x^p > 0$ 的假定，隱含消費者所擁有的商品愈多對所付出的相同價格的看法或評價變高，即對錢變得看得比較重。

假設當消費者在購買某特定單位的商品時，若 $\phi_x(x; M - px) > \psi^p(p; x, M - px)$ 則會購買此單位並且會考慮增加購買下一單位；若 $\phi_x(x; M - px) < \psi^p(p; x, M - px)$ 則不會購買此單位，並且會考慮減少購買數量。也就是，一位財富水準為 M 的消費者的最適購買數量(x)決定於：

$$(4) \quad \phi_x(x; M - px) = \psi^p(p; x, M - px); \phi_{xx} < 0, \phi_{xm} \geq 0, \psi_p^p > 0, \psi_x^p > 0, \psi_m^p < 0$$

等號左邊 $\phi_x(x; M - px)$ 商品的邊際效用是「購買或消費第 x 單位商品所獲得的消費邊際效用」，等號右邊 $\psi^p(p; x, M - px)$ 價格的效用表示「購買第 x 單位商品付出的單位價格 p 元所犧牲的價值」，也就是為購買第 x 單位商品付出邊際成本的意思。

在新理論中取代舊理論二階條件的內部解的安定條件要求：

$$(5) \quad \phi_{xx} - p\phi_{xm} < \psi_x^p - p\psi_m^p$$

這表示在橫軸表示商品 x 的數量且縱軸衡量商品的邊際效用與價格的效用的平面圖形中，價格效用 $\psi^p(p; x, M - px)$ 曲線的斜率必須大於商品邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 曲線的斜率，內部解(全部不買或將預算或現金全部用罄)才會出現。此圖形在後文中會加以繪製。

對消費者均衡式進行比較靜態分析，可得商品需求函數為所得與價格的函數，即：

$$(6) \quad x = x(p, M); \quad x_M \geq 0, x_p \leq 0$$

其中，

$$(7) \quad x_M = \frac{\psi_m^p - \phi_{xm}}{\phi_{xx} - p\phi_{xm} - p\psi_x^p + p\psi_m^p} \geq 0$$

$$(8) \quad x_p = \frac{\psi_p^p - x\psi_m^p + x\phi_{xm}}{\phi_{xx} - p\phi_{xm} - p\psi_x^p + p\psi_m^p} \leq 0$$

並且，現金持有或儲蓄函數也是所得與價格的函數，即：

$$(9) \quad m = x(p, M); \quad m_M \geq 0, m_p \leq 0$$

其中，

$$(10) \quad m_M = -\frac{p\phi_{xm} - \phi_{xx}}{\phi_{xx} - p\phi_{xm} - p\psi_x^p + p\psi_m^p} \geq 0$$

$$(11) \quad m_p = \frac{-p\psi_p^p + xp\psi_x^p - x\phi_{xx}}{\phi_{xx} - p\phi_{xm} - p\psi_x^p + p\psi_m^p} \leq 0$$

所得變動的總效果包括「所得-價格效果」、以及「正常品或劣等品效果」。因為「所得-價格效果」皆為負，而「正常品或劣等品效果」可正可負，所以所得變動的總效果也是可正可負。

價格變動的總效果包括「純粹價格效果」、「所得-價格效果」、以及「正常品或劣等品效果」。因為價格變動的「純粹價格效果」與「所得-價格效果」皆為負，而「正常品或劣等品效果」可正可負，所以價格變動的總效果也是可正可負。

更完整地說，可以在價格變動所引起的「價格變動的價格效用總效果」，即「純粹價格效果」與「所得-價格效果」皆為負的假設下，並且為敘述與解釋方便起見，我們將「純粹價格效果」與「所得-價格效果」合併稱呼為「價格變動的價格效用總效果」。接著，依據「正常品、中立品、劣等品效果」的正負，分成以下幾種狀態：

$$(12a) \quad \text{若 } x \text{ 商品為正常品} \Leftrightarrow \phi_{xm} > 0$$

\Rightarrow 「價格變動的價格效用總效果」與「正常品、中立品、劣等品效果」皆為負值

$$\Leftrightarrow x_p < 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品的購買數量減少} \Leftrightarrow x \text{ 商品的需求曲線為負斜率}$$

$$(12b) \quad \text{若 } x \text{ 商品為中立品} \Leftrightarrow \phi_{xm} = 0$$

\Rightarrow 「價格變動的價格效用總效果」為負而「正常品、中立品、劣等品效果」為零

$$\Leftrightarrow x_p < 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品的購買數量減少} \Leftrightarrow x \text{ 商品的需求曲線為負斜率}$$

- (12c) 若 x 商品為劣等品 $\Leftrightarrow \phi_{xm} < 0$
- \Rightarrow 「價格變動的價格效用總效果」為負而「正常品、中立品、劣等品效果」為正
- \Rightarrow 若負的「價格變動的價格效用總效果」絕對值大於正的「正常品、中立品、劣等品效果」
- $\Leftrightarrow x_p < 0 \Leftrightarrow x$ 商品的購買數量減少 $\Leftrightarrow x$ 商品的需求曲線為負斜率
- (12d) 若 x 商品為劣等品 $\Leftrightarrow \phi_{xm} < 0$
- \Rightarrow 「價格變動的價格效用總效果」為負而「正常品、中立品、劣等品效果」為正
- \Rightarrow 若負的「價格變動的價格效用總效果」絕對值等於正的「正常品、中立品、劣等品效果」
- $\Leftrightarrow x_p = 0 \Leftrightarrow x$ 商品的購買數量維持不變 $\Leftrightarrow x$ 商品的需求曲線為垂直線
- (12e) 若 x 商品為劣等品 $\Leftrightarrow \phi_{xm} < 0$
- \Rightarrow 「價格變動的價格效用總效果」為負而「正常品、中立品、劣等品效果」為正
- \Rightarrow 若負的「價格變動的價格效用總效果」絕對值小於正的「正常品、中立品、劣等品效果」
- $\Leftrightarrow x_p > 0 \Leftrightarrow x$ 商品的購買數量增加 $\Leftrightarrow x$ 商品的需求曲線為正斜率

3. 「新跨界十字交叉圖」：消費者均衡的圖解

怎樣應用新十字交叉圖形來畫出價格變動對商品需求數量與現金持有數量的影響效果呢？

由於我們將要畫的圖形將相當具有多樣性，所以我們必須先述說一些分類脈絡以利於進行後續的分析。

其中一個重要的分類角度是十字交叉圖形的商品邊際效用線與價格效用線的斜率的正負來區分。首先，價格效用線的斜率 $\psi_x^p - p\psi_m^p$ ，在 $\psi_x^p > 0$ 與 $\psi_m^p < 0$ 的假設下，其斜率一定為正值。其次，商品的邊際效用線的斜率 $\phi_{xx} - p\phi_{xm}$ ，在 $\phi_{xx} < 0$ 與 $\phi_{xm} \geq 0$ 的假設下，其斜率可正、可負、亦可為零。

接著，我們就可以依據 $\phi_{xm} \geq 0$ 的正負值來區分與判斷商品邊際效用線的斜率

$\phi_{xx} - p\phi_{xm}$ 的正負。我們就依據 $\phi_{xm} > 0$ 時 x 商品是正常品、 $\phi_{xm} = 0$ 時 x 商品是中立品、以及 $\phi_{xm} < 0$ 時 x 商品是劣等品的分類，來區分與判斷商品邊際效用線的斜率 $\phi_{xx} - p\phi_{xm}$ 的正負。

$$(13a) \quad \phi_{xm} > 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品是正常品} \Rightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} < 0 \Leftrightarrow \phi_x \text{ 曲線斜率為負}$$

$$(13b) \quad \phi_{xm} = 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品是中立品} \Rightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} < 0 \Leftrightarrow \phi_x \text{ 曲線斜率為負}$$

$$(13c) \quad \phi_{xm} < 0 \Leftrightarrow x \text{ 商品是劣等品} \Rightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} \gtrless 0 \Leftrightarrow \phi_x \text{ 曲線斜率可正、可負、可為零}$$

商品邊際效用線的斜率 $\phi_{xx} - p\phi_{xm}$ 的正負，會影響安定性條件是否成立。因此，我們可以在 ψ^p 曲線斜率為正的假設下，依據商品邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 曲線的斜率的正負，分成以下幾種狀態：

$$(14a) \quad \phi_x \text{ 曲線斜率為負} \Leftrightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} < 0 \Rightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} < \psi'_x - p\psi'_m \text{ 一定成立}$$

$$\Leftrightarrow \psi^p \text{ 曲線斜率必定大於} \phi_x \text{ 曲線的斜率} \Leftrightarrow \text{有內部解}$$

$$(14b) \quad \phi_x \text{ 曲線斜率為零} \Leftrightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} = 0 \Rightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} < \psi'_x - p\psi'_m \text{ 一定成立}$$

$$\Leftrightarrow \psi^p \text{ 曲線斜率必定大於} \phi_x \text{ 曲線的斜率} \Leftrightarrow \text{有內部解}$$

$$(14c) \quad \phi_x \text{ 曲線斜率為正} \Leftrightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} > 0 \Rightarrow \text{若} \phi_{xx} - p\phi_{xm} < \psi'_x - p\psi'_m \text{ 成立}$$

$$\Leftrightarrow \psi^p \text{ 曲線斜率大於} \phi_x \text{ 曲線的斜率} \Leftrightarrow \text{有內部解}$$

$$(14d) \quad \phi_x \text{ 曲線斜率為正} \Leftrightarrow \phi_{xx} - p\phi_{xm} > 0 \Rightarrow \text{若} \phi_{xx} - p\phi_{xm} < \psi'_x - p\psi'_m \text{ 不成立}$$

$$\Leftrightarrow \psi^p \text{ 曲線斜率小於} \phi_x \text{ 曲線的斜率} \Leftrightarrow \text{沒內部解}$$

3.1 商品邊際效用線斜率為負與價格效用線斜率為正的安定性圖解

【圖 1】圖解 ϕ_x 曲線斜率為負且 ψ^p 曲線斜率為正而有安定的內部解時，消費者均衡的決定過程。在【圖 1】的上圖中，橫軸表示商品 x 的數量，縱軸衡量商品邊際效用與價格效用。其中， $\phi_x(x; M - px)$ 線表示商品的邊際效用， $\psi^p(p; x, M - px)$ 線表示價格 p 元

的效用。

商品邊際效用線 $\phi_x(x; M - px)$ ，在縱軸($x=0$)的截距是 $\phi_x(0)$ ，斜率 $\phi_{xx} - p\phi_{xm} < 0$ 為負。為了作圖方便起見，此線畫成直線。價格 p 元的效用線 $\psi^p(p; x, M - px)$ ，在縱軸($x=0$)的截距是 $\psi^p(p; x=0, M)$ ，斜率是 $\psi_x^p - p\psi_m^p > 0$ 為正。為了作圖方便起見，此線也畫成直線。

在【圖 1】的下圖中，橫軸也是表示商品數量多寡的 x 值，縱軸表示商品價格高低的 p 值。

考慮在每單位商品價格 p 元時，一位擁有財富或所得水準 M 元的消費者的購買行為。當消費者商品需求數量為 x^a 時，消費者對第 x^a 單位商品的偏好高於對商品價格 p 元的偏好，即商品的邊際效用 $\phi_x(x^a; M - px^a)$ 高於價格的效用 $\psi^p(p; x^a, M - px^a)$ ， $\phi_x(x; M - px)$ 直線的垂直高度大於 $\psi^p(p; x, M - px)$ 直線的高度(高多少不重要)，所以消費者會購買與消費第 x^a 單位商品，並且有動機考慮增加購買數量。相反地，當消費者商品需求數量為 x^b 時，消費者對第 x^b 單位商品的偏好低於對商品價格 p 元的偏好，即商品的邊際效用 $\phi_x(x^b; M - px^b)$ 低於價格的效用 $\psi^p(p; x^b, M - px^b)$ ， $\phi_x(x; M - px)$ 直線的垂直高度小於 $\psi^p(p; x, M - px)$ 直線的高度，所以消費者不會購買與消費第 x^b 單位商品，並且有動機考慮減少購買數量。特別值得注意地，當消費者商品需求數量為 x^* 時，消費者對第 x^* 單位商品的偏好等於對商品價格 p 元的偏好，即商品的邊際效用 $\phi_x(x^*; M - px^*)$ 等於價格的效用 $\psi^p(p; x^*, M - px^*)$ ， $\phi_x(x; M - px)$ 直線的垂直高度等於 $\psi^p(p; x, M - px)$ 直線的高度，所以消費者買不買此 x^* 邊際單位商品，對她來說沒有差異(我們假設消費者會購買此單位的商品)，並且消費者有動機不再增減其購買數量。此時，消費者達到均衡，即(除非出現多重解的狀況)均衡出現在上圖中兩線交點 e^* 上，將此均衡點所對應的價格 p 與數量 x^* 畫在下圖中就是均衡點 E^* 。 E^* 所對應的商品數量，就是消費者最佳的需求數量，並且此均衡點為穩定的內部均衡解。

3.2 商品邊際效用線的正斜率小於價格效用線的正斜率的安定性圖解

【圖 2】圖解 ϕ_x 曲線斜率為正並且小於正斜率的 ψ^p 曲線的斜率而有安定的內部解時，消費者均衡的決定過程。由於【圖 2】的圖形與【圖 1】的主要差異在於後者的 ϕ_x 曲線斜率為負而前者為正，其餘完全都一樣，所以不再多做說明。

3.3 商品邊際效用線的正斜率大於價格效用線的正斜率的不安定圖解

在【圖 3】的上圖中，商品邊際效用線 $\phi_x(x; M - px)$ 在縱軸 ($x=0$) 的截距是 $\phi_x(0)$ ，斜率 $\phi_{xx} - p\phi_{xm} > 0$ 為正(如商品 x 為劣等品)。價格 p 元的效用線 $\psi^p(p; x, M - px)$ ，在縱軸 ($x=0$) 的截距是 $\psi^p(p; x=0, M)$ ，斜率是 $\psi_x^p - p\psi_m^p > 0$ 為正。在【圖 3】最特別的是 ϕ_x 曲線斜率為正並且大於正斜率的 ψ^p 曲線的斜率，此時無安定的內部解，而消費者均衡的決定過程可以敘述如下。

在【圖 3】的上圖中，考慮在每單位商品價格 p 元時，一位擁有財富或所得水準 M 元的消費者的購買行為。當消費者商品需求數量為 x^a 時，消費者對第 x^a 單位商品的偏好低於對商品價格 p 元的偏好，即商品的邊際效用 $\phi_x(x^a; M - px^a)$ 低於價格的效用 $\psi^p(p; x^a, M - px^a)$ ， $\phi_x(x; M - px)$ 直線的垂直高度小於 $\psi^p(p; x, M - px)$ 直線的高度(低多少不重要)，所以消費者不會購買與消費第 x^a 單位商品，並且有動機考慮減少購買數量。相反地，當消費者商品需求數量為 x^b 時，消費者對第 x^b 單位商品的偏好高於對商品價格 p 元的偏好，即商品的邊際效用 $\phi_x(x^b; M - px^b)$ 高於價格的效用 $\psi^p(p; x^b, M - px^b)$ ， $\phi_x(x; M - px)$ 直線的垂直高度大於 $\psi^p(p; x, M - px)$ 直線的高度，所以消費者會購買與消費第 x^b 單位商品，並且有動機考慮增加購買數量。特別值得注意地，當消費者商品需求數量為 x^* 時，消費者對第 x^* 單位商品的偏好等於對商品價格 p 元的偏好，即商品的邊際效用 $\phi_x(x^*; M - px^*)$ 等於價格的效用 $\psi^p(p; x^*, M - px^*)$ ， $\phi_x(x; M - px)$ 直線的垂直高度等於 $\psi^p(p; x, M - px)$ 直線的高度，所以消費者買不買此 x^* 邊際單位商品，對她來說沒有差異(我們假設消費者會購買此單位的商品)，並且消費者有動機不再增減其購買數量。此時，消費者達到均衡，即(除非出現多重解的狀況)均衡出現在上圖中兩線交點 e^* 上，將此均衡點所對應的價格 p 與數量 x^* 畫在下圖中就是均衡點 E^* 。 E^* 所對應的商品數量，就是消費者最佳的需求數量，並且此均衡點為不穩定的均衡解。

在討論過新十字交叉圖形的交叉點的安定性分析後，接著，我們依據 $\phi_{xm} > 0$ 時 x 商品是正常品、 $\phi_{xm} = 0$ 時 x 商品是中立品、以及 $\phi_{xm} < 0$ 時 x 商品是劣等品的分類，來區分與判斷商品邊際效用線的斜率 $\phi_{xx} - p\phi_{xm}$ 的正負。並且，畫出價格變動對需求數量的影響效果。

4. 中立品的圖解

在【圖 4】的上圖中，因為 $\phi_{xm}=0$ 時 x 商品是中立品，價格上漲對 $\phi_x(x;M-px)$ 沒有影響，這表示當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時， $\phi_x(x;M-px)$ 直線不動。

價格 p 上漲，對 $\psi^p(p;x,M-px)$ 的影響為 $\psi^p(p;x,M-px)-x\psi_m^p > 0$ 。這表示當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時， $\psi^p(p;x,M-px)$ 直線上移至 $\psi^p(\hat{p};x,M-\hat{p}x)$ 的位置。其中， $\psi^p(p;x,M-px)$ 與 $\psi^p(\hat{p};x,M-\hat{p}x)$ 兩線在縱軸($x=0$)截距分別是 $\psi^p(p;x=0,M)$ 與 $\psi^p(\hat{p};x=0,M)$ ，且 $\psi^p(p;x=0,M) < \psi^p(\hat{p};x=0,M)$ ，因此縱軸截距往上移動。另外，兩線的斜率分別是 $\psi_x^p - p\psi_m^p$ 與 $\psi_x^p - \hat{p}\psi_m^p$ ， $-p\psi_m^p < -\hat{p}\psi_m^p$ ，斜率變陡。¹

因此，當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，圖中 $\psi^p(p;x,M-px)$ 線往上移至 $\psi^p(\hat{p};x,M-\hat{p}x)$ 線的位置。新均衡出現在上圖兩線的新交點 \hat{e}^* 上，此均衡點所對應的價格 \hat{p} 與數量 \hat{x}^* 是下圖中的均衡點 \hat{E}^* ，連接 E^* 與 \hat{E}^* 可畫出負斜率的個人需求線 $x^d = x^d(p,M)$ 。

接著，應用圖解的方法將價格變化對需求量影響的總效果，分解為「純粹價格效果」與「所得效果」。

價格提高對 ψ^p 線有兩項效果。這是因為 $\psi^p(p;x,M-px)$ 中有兩個 p ，第一個 p 與商品數量沒有牽扯，不會影響斜率大小(斜率是指商品變化量與對應的 ψ^p 變化量的作用)；第二個 p 與商品數量有牽扯，會影響斜率大小，因為斜率為 $-p\psi_m^p > 0$ ，所以基本上價格愈高其斜率愈大；這是因為在較高的價格之下，相同的商品變化量會對應出較高的保留所得 $M-px$ 的變化量，也就會對應出更高的 ψ^p 值，即更大的斜率。

進一步說，價格提高對 ψ^p 線有兩項效果。這肇因於 $\psi^p(p;x,M-px)$ 中有兩個 p ，第一個 p 愈大 ψ^p 愈大，因為(如果)價格愈高價格的效用愈高 $\psi_p^p > 0$ ，所以第一個 p 提高 ψ^p 線會往上移動；第二個 p 愈大，在相同的購買數量與所得下，所能保留的現款愈少，現款愈少價格的效用愈高($-p\psi_m^p > 0$)，所以 ψ^p 愈大，導致第二個 p 提高會造成 ψ^p 線往上移動。並且其在縱軸上的截距不變，都是 $\psi^p(p;M)$ 。

彙整上述說明。第一個 p 愈大 ψ^p 愈大，其圖形的表示方式是會使 ψ^p 線愈往上平行移動；第二個 p 愈大 ψ^p 也愈大，其圖形的表示方式是會使 ψ^p 線以縱軸上的截距往上旋

¹序數邊際效用理論所能提供的訊息的極限，是三次微分項沒有意義，所以可以假設二次微分項為常數，二次微分項的正負方向有意義，而數值大小沒有意義。但在相同的 ψ_m^p 之下，我們可以說 $-p\psi_m^p < -\hat{p}\psi_m^p$ 。當然，若我們不畫圖，則沒有這些困擾；當我們畫圖時，就必須面對這些序數效用理論的侷限性。但值得注意地，因為比較靜態分析只用到二次微分項，所以三次微分項沒有意義，並不影響比較靜態數學的分析結果。

轉愈大的幅度。

第一個效果是「純粹價格效果」，第二個效果為「所得效果」。由購買數量來看，這兩項效果在此模型中都是負向的，也就是當價格提高都會減少商品的購買數量。

有兩種路徑來圖解由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 的總效果。一是先由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ ，再由 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ ，也就是先畫「所得效果」再畫「純粹價格效果」。二是先由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ ，再由 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ ，也就是先畫「純粹價格效果」再畫「所得效果」。

首先，當 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 的拆解路徑，是先由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ ，再由 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 。也就是，先畫出價格變動的「所得效果」，再畫出「純粹價格效果」。

【圖 5】顯示，「所得效果」是由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 線變為 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ 線所產生的效果，其中兩直線在縱軸 ($x=0$) 截距相同，都是 $\psi^p(p; 0, M)$ ，但 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ 線的斜率比較陡，因為 $-p\psi_m^p < -\hat{p}\psi_m^p$ 。此時均衡點在上圖中由 e^* 變成 \tilde{e}^* ，在下圖中均衡點由 E^* 變成 \tilde{E}^* ，均衡購買數量由 x^* 變成 \tilde{x}^* ，也就是價格上漲的「所得效果」為負，即 $\tilde{x}^* - x^* < 0$ 。

「純粹價格效果」是由 $\psi^p(p; x, M - \hat{p}x)$ 線變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 線所呈現的效果，其中 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 線的截距較大且斜率不變，因為截距 $\psi^p(\hat{p}; x=0, M) > \psi^p(p; x=0, M)$ 且斜率 $-\hat{p}\psi_m^p$ 相同。此時均衡點於上圖中由 \tilde{e}^* 變成 \hat{e}^* ，在下圖中由 \tilde{E}^* 移至 \hat{E}^* ，均衡購買數量由 x^* 變成 \hat{x}^* ，也就是價格上漲所導致的「純粹價格效果」為負，即 $\hat{x}^* - \tilde{x}^* < 0$ 。

其次，當 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 的拆解路徑，是先由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ ，再由 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ 變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 時。也就是，先畫出價格變動的「純粹價格效果」，再畫出「所得效果」。

【圖 6】顯示，「純粹價格效果」是由 $\psi^p(p; x, M - px)$ 線變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ 線所產生的效果，其中 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ 線的截距較大且斜率不變，因為截距 $\psi^p(\hat{p}; x, M) > \psi^p(p; x, M)$ 且斜率不變。此時均衡點在上圖中由 e^* 變成 \tilde{e}^* ，在下圖中均衡點由 E^* 變成 \tilde{E}^* ，均衡購買數量由 x^* 變成 \tilde{x}^* ，也就是價格上升的「純粹價格效果」為負，

即 $\bar{x}^* - x^* < 0$ 。

「所得效果」是由 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ 線變為 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 線所呈現的效果，其中兩直線在縱軸 ($x=0$) 截距相同，都是 $\psi^p(\hat{p}; x, M)$ ，但 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 線的斜率比 $\psi^p(\hat{p}; x, M - px)$ 線的斜率大，因為 $-\hat{p}\psi_m^p > -p\psi_m^p$ 。此時均衡點於上圖中由 \bar{e}^* 變成 \hat{e}^* ，在下圖中由 \bar{E}^* 移至 \hat{E}^* ，均衡購買數量由 \bar{x}^* 變成 \hat{x}^* ，也就是價格上揚的「所得效果」為負，即 $\hat{x}^* - \bar{x}^* < 0$ 。

在分析過最簡單的 $\phi_{xm} = 0$ 時 x 商品是中立品的情況後，我們轉向分析 $\phi_{xm} > 0$ 時 x 商品是正常品，以及最複雜的 $\phi_{xm} < 0$ 時 x 商品是劣等品的情況。但在以下的分析中，為分析簡單化起見，我們就不再依據兩種不同的變化或調整路徑，來將「純粹價格效果」與「所得效果」的先後區分來作圖。

5. 正常品的圖解

在【圖 7】的上圖中，因為 $\phi_{xm} > 0$ 時 x 商品是正常品，價格上漲會使 $\phi_x(x; M - px)$ 減少，這表示當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，將使商品的邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 直線往下或往內移動。

因此，當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，圖中 $\psi^p(p; x, M - px)$ 線往上移至 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 線的位置。新均衡出現在上圖兩線的新交點 \bar{e}^* 上，此均衡點所對應的價格 \hat{p} 與數量 \bar{x}^* 是下圖中的均衡點 \bar{E}^* 。

接著，因為 $\phi_{xm} > 0$ 時 x 商品是正常品，價格上漲會使 $\phi_x(x; M - px)$ 減少，這表示當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，將使商品的邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 直線往下或往內移動。此時新均衡出現在上圖兩線的新交點 \hat{e}^* 上，此均衡點所對應的價格 \hat{p} 與數量 \hat{x}^* 是下圖中的均衡點 \hat{E}^* ，連接 \bar{E}^* 與 \hat{E}^* 可畫出負斜率的個人需求線 $x^d = x^d(p, M)$ 。

6. 劣等品的圖解

在【圖 8】的上圖中，因為 $\phi_{xm} < 0$ 時 x 商品是劣等品，價格上漲會使 $\phi_x(x; M - px)$ 增加，這表示當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，將使商品的邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 線往上或往外移

動。但假設商品的邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 線還是負斜率。

因此，當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，圖中 $\psi^p(p; x, M - px)$ 線往上移至 $\psi^p(\hat{p}; x, M - \hat{p}x)$ 線的位置。新均衡出現在上圖兩線的新交點 \hat{e}^* 上，此均衡點所對應的價格 \hat{p} 與數量 \hat{x}^* 是下圖中的均衡點 \hat{E}^* 。

接著，因為 $\phi_{xm} < 0$ 時 x 商品是劣等品，價格上漲會使 $\phi_x(x; M - px)$ 增加，這表示當價格由 p 上漲至 \hat{p} 時，將使商品的邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 直線往上或往外移動。此時新均衡出現在上圖兩線的新交點 \bar{e}^* 上，此均衡點所對應的價格 \hat{p} 與數量 \bar{x}^* 是下圖中的均衡點 \bar{E}^* ，連接 E^* 與 \bar{E}^* 可畫出負斜率的個人需求線 $x^d = x^d(p, M)$ 。

以價格變化所產生三種效果，負的「純粹價格效果」、負的「所得效果」、以及正的「劣等品效果」來看。此時，表示價格調高時負的「純粹價格效果」加上負的「所得效果」還是大於正的「劣等品效果」，所以需求曲線還是負斜率。

在【圖 9】中，則畫出價格調高時負的「純粹價格效果」加上負的「所得效果」剛好等於正的「劣等品效果」，所以需求曲線為垂直線。

在【圖 10】中，則畫出價格調高時負的「純粹價格效果」加上負的「所得效果」小於正的「劣等品效果」，所以需求曲線的斜率為正，一般稱為季芬財。(關於季芬財，我希望有機會以專文來加以討論。)

在【圖 11】至【圖 16】中，則畫出 $\phi_{xm} < 0$ 時 x 商品是劣等品，且商品的邊際效用 $\phi_x(x; M - px)$ 線變成正斜率，但斜率還是小於價格效用線的正斜率的情況的相關圖形。

7. 結語

就在這麼簡單、這麼少的、這麼符合實際的假設下，我為你說明如何建構一套假設切合實際人類行為特性的分析架構的核心部分，以取代被廣泛採用但卻假設不切實際的「無異曲線配合預算限制線分析法」，同時展現與保留個體選擇理論中，如負斜率的需求線、「純粹價格效果」、「所得效果」、消費者剩餘、補償變量、對等變量等重要概念。接著，我們在後續的文章中將說明如何展示奢侈品、劣等品、季芬財、炫耀性商品等效果。

特別值得注意的幾項優點是：效用是序數效用，基數效用沒有存在空間，二次微分

項正負號有意義，可以有邊際效用遞減的概念，可以採取傳統的替代互補定義，基本方程式比較具一般性，舊方法能獲得的結論新方法都可以獲得但反過來不成立，在相同條件下新模型的表現都比較好，因二次微分項有經濟意義，假設切合實際，分析難度也沒有比較高…等優點。

簡言之，我們不需要使用無異曲線分析法，就可以推導與畫出相關的重要經濟概念，所以我們可以以「新的跨界十字交叉」(a new cross-cross) 圖形來取代無異曲線分析法的圖形，用新的交易理論來取代舊的分配理論，用新的序數邊際效用分析法來取代舊的序數與基數總效用分析法。

Reference

邁向需求理論的再次重建之路的系列論文

林忠正，(2015)，〈序數與基數效用理論簡史 I：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈序數與基數效用理論簡史 II：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈邊際效用遞減法則在序數與基數效用理論中的角色：難覓合適棲身之地的邊際效用遞減法則〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(I)：效用極大化的 Marshall 模型與無意義的邊際效用遞減法則〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈為何 Marshall 需求理論必須被擺進經濟學歷史博物館？(II)：Marshall 的「邊際需求價格」模型與古典效用可衡量概念的意義〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈為 Marshall 需求理論編寫一冊返回經濟學舞台的劇本：比較商品效用與價格效用的邊際摸索決策方式的 Marshall 模型〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈跨界的「得」與「失」的序數邊際效用分析法：完成序數效用革命理論的誕生〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈經濟學新的跨界十字交叉(A New Cross-Cross)圖形：取代無異曲線圖示的跨界序數邊際效用分析法的新圖示〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈序數效用革命的頭號戰犯：序數主義者眼中邏輯謬誤的常識性邊際效

用互補性定義〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈為什麼我們需要一個純正的立基心理法則的序數互補性理論？：難覓古典的 ALEP 互補性定義的完美分身〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈回到被序數主義者驅離的互補性「應許之地」：在 Hicks-Allen 序數革命 81 年後的再度探索〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈錯把馮京當馬涼：當前完全互補品與完全替代品的定義與圖解〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈尋覓神秘的未曾現蹤的替代品與互補品圖形 I：等序數邊際效用曲線〉，台灣經濟學會研討論文。

林忠正，(2015)，〈尋覓神秘的未曾現蹤的替代品與互補品圖形 II：序數邊際效用曲線〉，台灣經濟學會研討論文。

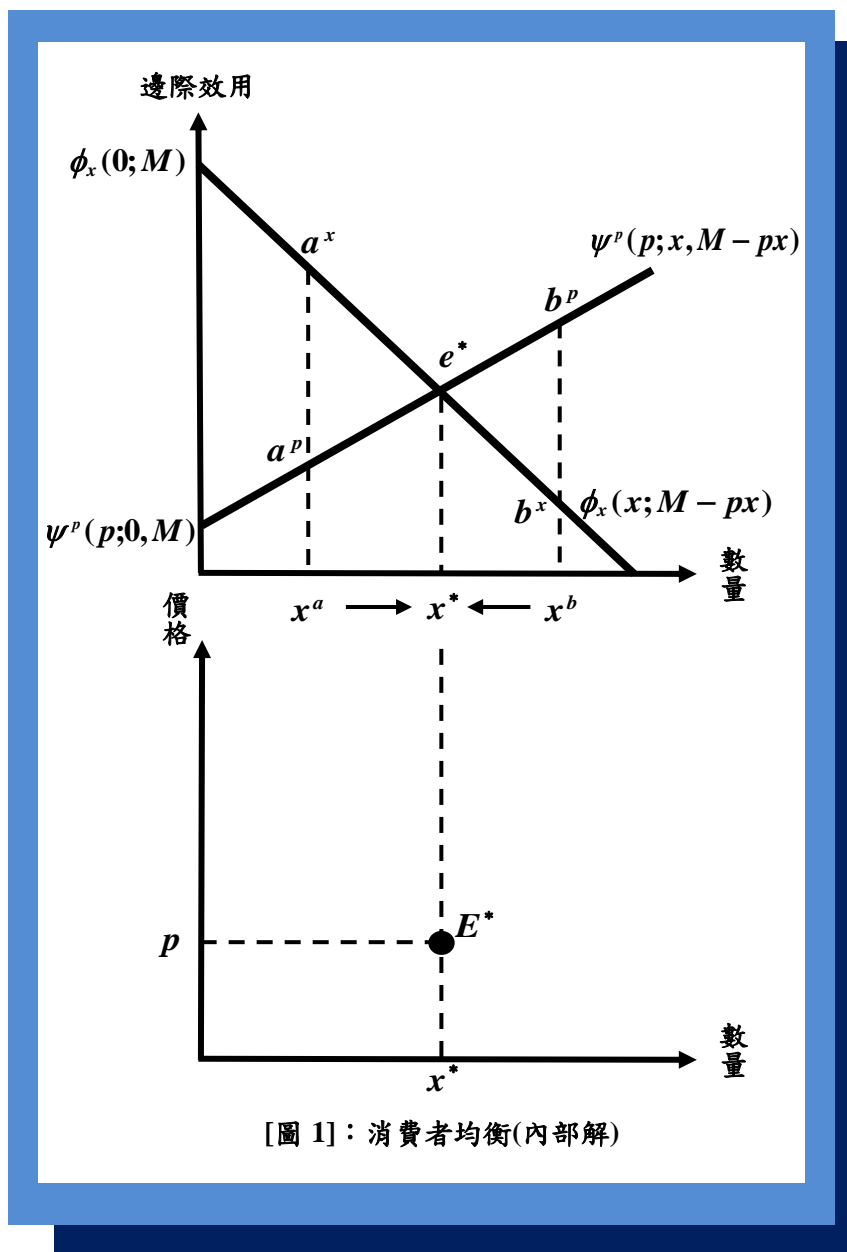
林忠正，(2016)，〈連劣等品都不能妥善解釋的現代個體理論不要也罷：你不可以說「所得提高我對某一商品的邊際效用提高了」〉，台灣經濟學會研討論文。

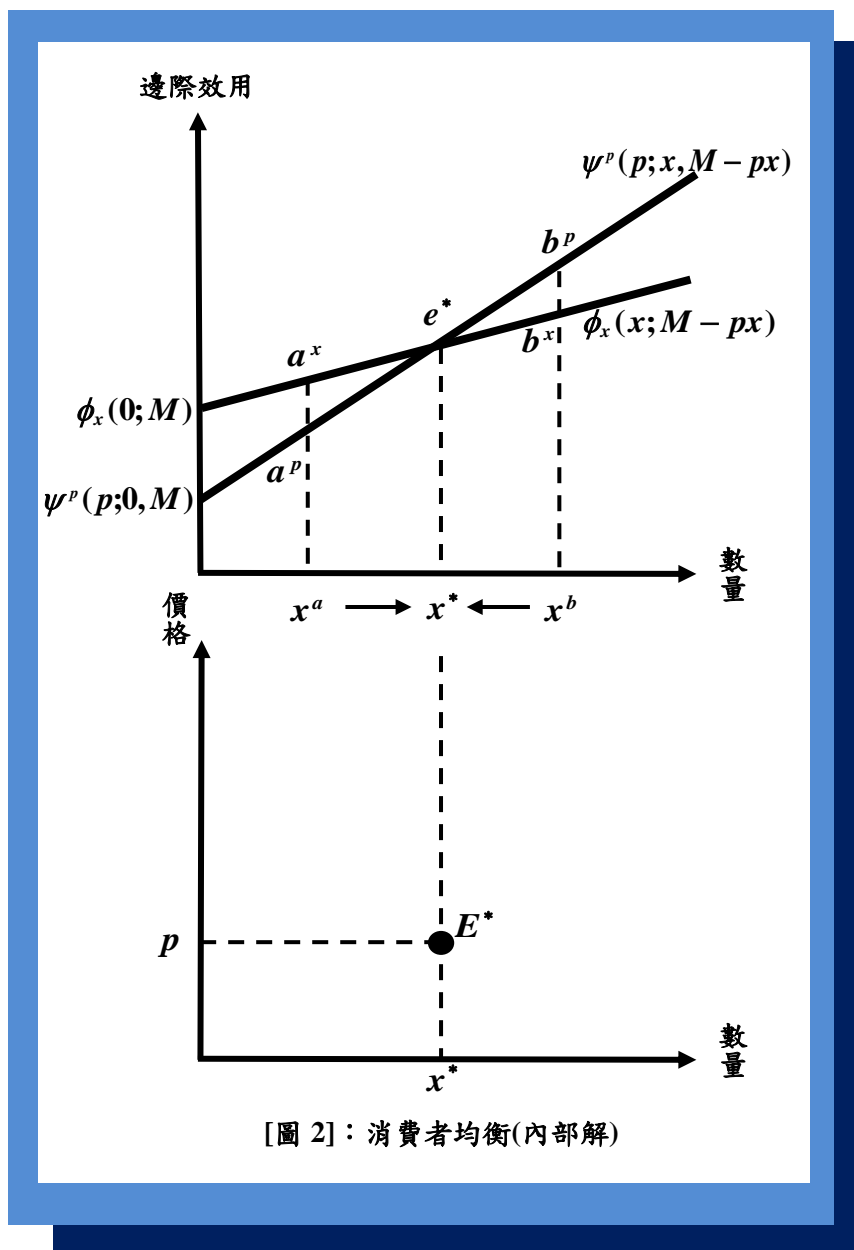
林忠正，(2016)，〈黑箱理論：序數總效用理論的劣等品理論〉，台灣經濟學會研討論文。

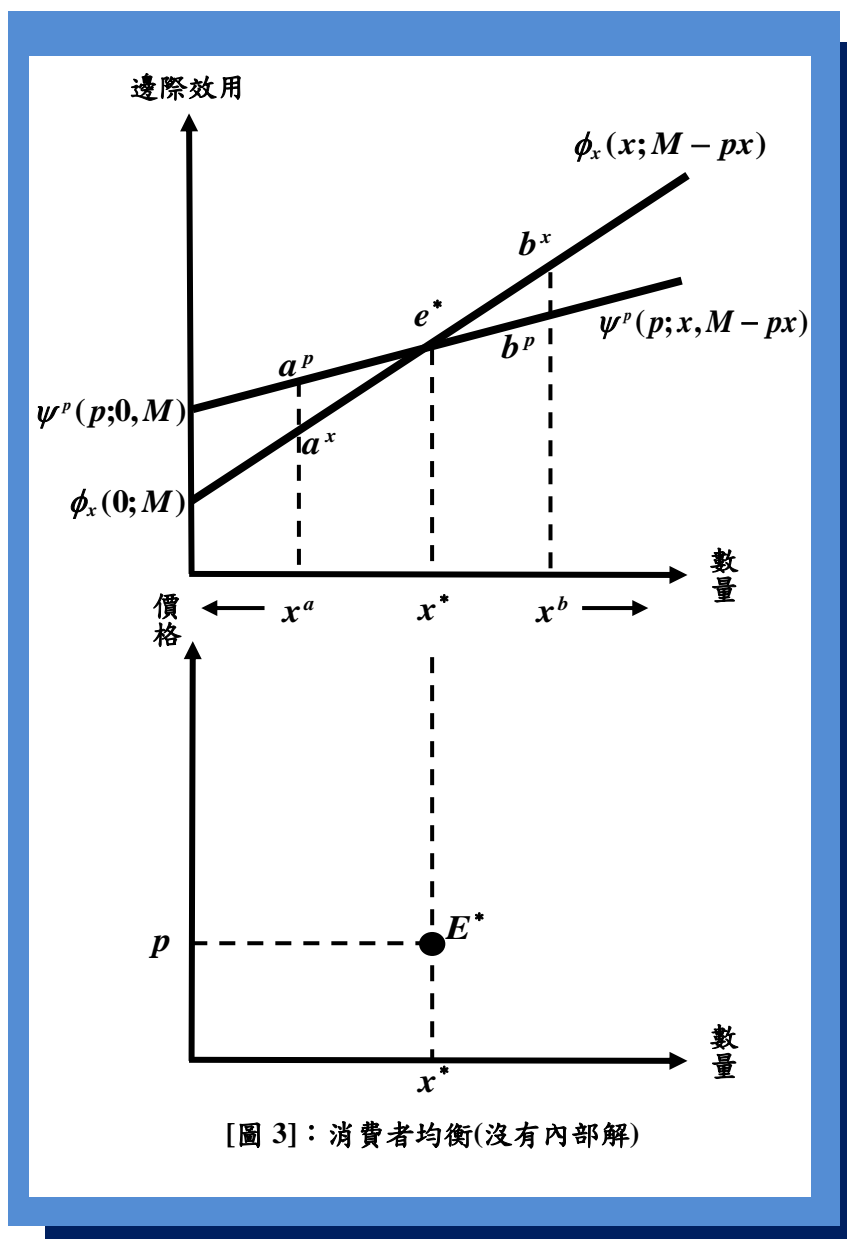
林忠正，(2016)，〈劣等品、正常品與中立品的新經濟學理論：分析所得變動的需求效果〉，台灣經濟學會研討論文。

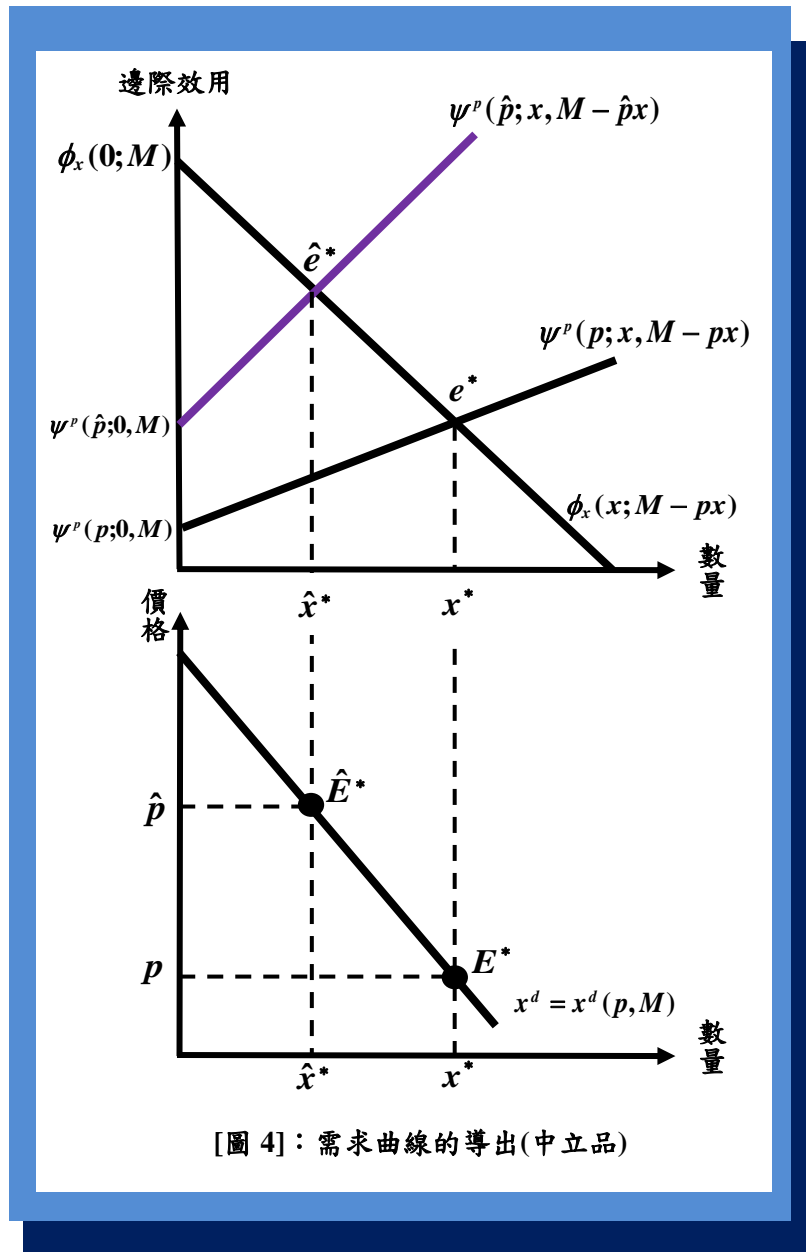
林忠正，(2016)，〈不自然的理論：「預算限制下極大化商品總效用模型」的分配理論本質〉，台灣經濟學會研討論文。

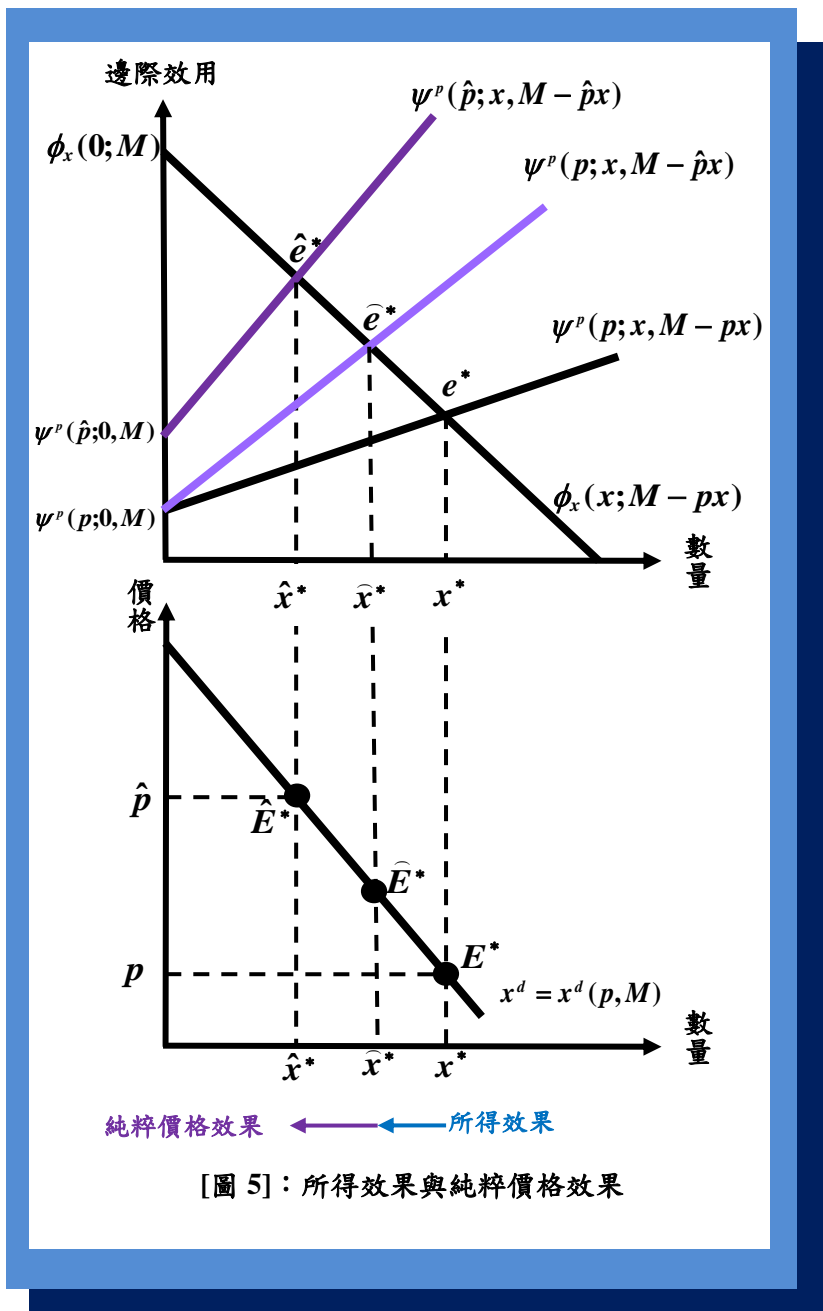
林忠正，(2016)，〈當無異曲線分析法被淘汰時用什麼來取代 Slutsky 方程式：新理論價格變動的需求效果〉，台灣經濟學會研討論文。



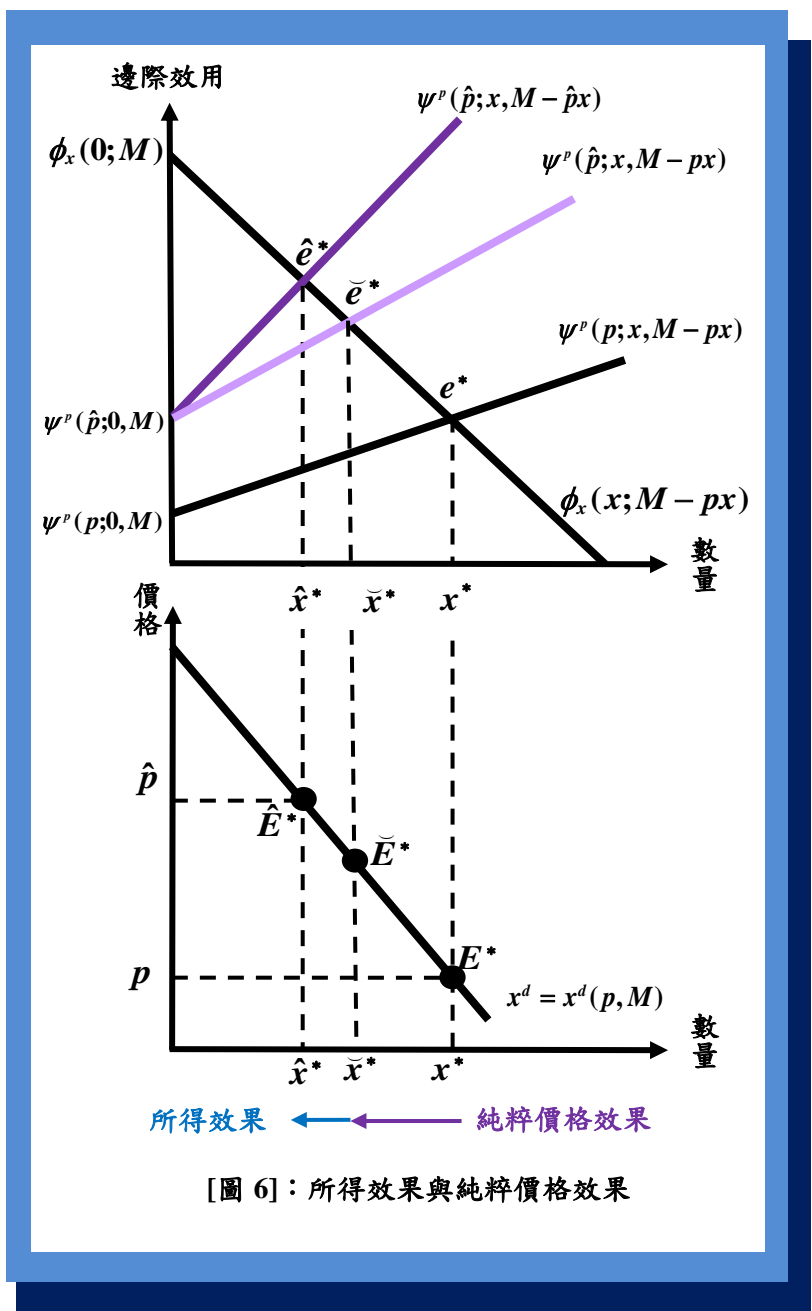








[圖 5]：所得效果與純粹價格效果



[圖 6]：所得效果與純粹價格效果

