

序數與基數效用理論簡史 I

為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？

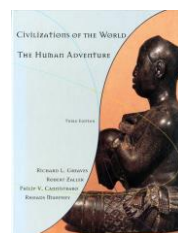
林忠正*

中央研究院經濟所研究員
國立政治大學財政系教授
國立交通大學經營管理研究所教授
台北市南港區(115-41)研究院路2段128號
中央研究院經濟所
電話: 886-2-2782-2791 轉 507
電子信箱: cclin@econ.sinica.edu.tw

「任何對過去閉上雙眼的人，對現在會是盲目的。」

Anyone who closes his eyes to the past is blind to the present.

--Richard von Weiz



*謝謝林曉珮助理非常有效率的協助，也很謝謝政大財政所江若妘同學的細心校稿。

序數與基數效用理論簡史 I

為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？

【摘要】這篇文章的目的在藉由回顧現代經濟理論所採用的兩種主要效用理論—序數效用理論(the ordinal utility theory)與基數效用理論(the cardinal utility theory)—的簡單發展史，來呈現這兩種效用理論各自的嚴重缺陷，以闡明為何由 Pareto 發動而由 Hicks 和 Allen 發揚光大的序數效用革命尚未成功，並使得現代經濟理論陷入一個非常尷尬的兩難困境之中。一是勉強地採取序數效用理論的觀點，此時效用具有只能排序大小的優點，而沒有效用變成像長度一樣是可以衡量的缺點，但必須放棄一些被廣泛接受的邊際效用遞減等觀念以及建構在其上的相關古典理論，一些經濟學家批評這是一種主張「截肢」或「將邊際效用的純真嬰兒與基數的骯髒洗澡水一起倒掉」的怪異理論；二是無奈地採取基數效用理論的觀點，此時可以保留被廣泛接受的邊際效用遞減等觀念與建構其上的對應的相關古典理論，但必須在先驗假設上接受一種「無限地不可能的」(infinitely improbable)效用概念，在後果上接受效用像長度一樣是可以衡量的非常強烈概念，而基本上走向古典效用理論效用可衡量的老路。這兩條理論道路都是有很大缺失的理論大道。經濟學發展迄今，雖然一些頂尖經濟學家竭盡所能，但還沒能發展出更好的效用理論，可以走出這個兩難困境。如何尋覓一套有兩種主要效用理論優點而無其缺點的兩全其美的新效用理論，一種能容許邊際效用遞減等概念的序數效用理論，「至今還是經濟學最令人費解的謎團之一」。最後，本文說明林忠正等人所提議的一個新的能擁有這兩種效用理論優點而無其缺點的新效用理論的可能切入方向。因為效用理論是經濟理論的基礎理論，尋找最佳的效用理論有助於建構更好的新的整套經濟理論。(這整篇文章因篇幅的關係分成兩部分，這是第一部分的內容。)

JEL 分類: B120, B130, B210, D010

【引言】

任何對過去閉上雙眼的人，對現在會是盲目的。¹

Richard von Weiz (1985)

有一個惡魔(一隻惡龍)擋在路口必須優先將牠驅離往前邁進的大道—牠就是效用可以衡量的老難題。²

Hicks (1956)

最近對價值理論的研究成果已經使人們開始懷疑，邊際效用概念是否能為經濟理論提供一個適當的基礎。最近的研究成果顯示邊際效用概念至今一直被使用在數理經濟學的方式，是有爭議的，並且是不相容於效用事實上是不能以任何形式測量的一種密集度的、心理幅度的概念。據聲稱價值理論已經被重新建構，使得總效用和邊際效用基本上不可測量的特性，在理論中已經沒有任何可受懷疑的空間了，並且新理論應該已經顯示這兩概念之一，或兩者(本文作者補充：後來是指邊際效用遞減法則)，都不能適合於重新建構的理論框架中。最近對價值理論的研究成果所得出的結論是，它們必須被消除因為是「無意義的」(meaningless)和「不科學的」(unscientific)。³

Bernardelli (1938)

這是否意味著經濟學必須忍受所有截肢的苦痛才能走上 Pareto 學派之路(本文作者補充：是指序數總效用理論或無異曲線分析法)? 邊際效用理論終於走到了盡頭，由它

¹ Anyone who closes his eyes to the past is blind to the present.

² There is a dragon waiting at the door who must first be cleared out of the way. It is old crux of the measurability of utility.

³ Recent inquiries, into the theory of value have made it appear doubtful whether the marginal utility concept provides a suitable basis for economic theory. The way in which this concept has been used in mathematical economics so far, it is contended, is incompatible with the fact that utility being an intensive, psychological magnitude cannot be subjected to any form of measurement. The theory of value, it is claimed, has to be reconstructed so that no doubt is left as to the fundamental immeasurability of total and marginal utility, and if it should turn out that either of these two concepts, or both, cannot be fitted into the reshaped framework, it is concluded that they must be eliminated as “meaningless” and “unscientific.”

自己的支持者把它遞交出來(自己承認失敗)呢？這是否意味著邊際效用概念這個基石，必須被打落至理論結構的外面；沒有選擇地，只能以行為主義者如 Pareto 在他關於無異曲線的「實驗性」的解釋中已經指出的，和 Allen 和 Hicks 最近藉以「邊際替代率」為準則的理論所提出的互補性理論的可怕光線之下來解釋經濟學的基礎嗎？⁴

Bernardelli (1938)

…這類似於一個人切斷他的一條腿，為了看他作為一個跛子會變得如何的行為。正如 Pareto 以及最近 Allen 和 Hicks 的結果所證明的，一個人在沒有第二項假設(本文作者補充：有能力對不同商品組合的移轉進行偏好排序)的腿之下會變得如何是非常不尋常的。然而，這似乎不是使這樣截肢行為變成一種美德的充分理由。⁵

Bernardelli (1934)

任何經濟學的法則必須以一種不受效用指數函數的任意選擇所影響的方式來加以建構。⁶

Bernardelli (1938)

心理測量的問題及其對經濟理論的影響至今已被證明是最令人費解的謎團之一。⁷

Bernardelli (1938)

…我還有一句話應該要表達出來。**教科書是否有**

⁴ Does this mean that economics has to go the way of the Paretian school with all its bitter amputations? That the marginal utility theory finally has come to an end, being surrendered by its own supporters? Does it mean that the cornerstone, the marginal utility concept, being broken out of the structure of theory there is no choice but to interpret the foundations of economics in the dire light of Behaviourism as Pareto has indicated already with his “experimental” interpretation of the indifference curves and as Allen and Hicks recently proposed for the theory of complementarity by using the “marginal rate of substitution” as a criterion?

⁵ ...is similar to the behavior of a man who cuts off one of his legs, in order to see how he gets on as a cripple. And it is extraordinary how one can get on without the leg of the second postulate, as the results of Pareto, and more recently of Allen and Hicks, prove. Yet this would seem insufficient reason for making a virtue of such an amputation.

⁶ Any law in economics must be formulated in a way that it is not affected by arbitrary choice of the utility index function.

⁷ ...the problem of psychological measurement and its bearing on economic theory so far has proved to be one of the most puzzling riddles.

必要重新改寫呢？我傾向於認為這樣的看法過於純粹主義。一般來說，要科學脫離一個深入人心的傳統不是一個好忠告。⁸

Bernardelli (1938)

我很害怕，所以，關於 Bernardelli 先生的問題答案是肯定的，教科書仍然需要重寫，而這是一件他多麼希望能夠避免的事啊。⁹

Samuelson (1939)

由個人對移轉的序數分類的觀點來看，這個條件的意義是什麼？在一般的情況下這樣的關係(本文作者補充：導致基數效用函數的條件)可以得到滿足嗎？答案是否定的。……絕對沒有任何先驗的理由可以主張個人對第二類型的偏好尺度(本文作者補充：有能力對不同商品組合的移轉進行偏好排序)應該遵守這個任意的限制。事實上，從無限多種可能的函數關係中一定會抽出任何一個特定關係的機會必須被視為是**無限的不可能的 (infinitely improbable)**。¹⁰

Samuelson (1938)

這是責無旁貸的事，所有那些正忙著編織經濟理論新衣的人，應該將他們自己創作的引人入勝的新奇工具放在一旁，並停下來想一想或反省反省，他們真正在做什麼事。事實上，所有作者一直硬將經濟學的問題強迫性地塞入偏好尺度和邊際替代率的緊身衣中，特別是那些似乎最近因為被啟發而接受這樣尺度的作者們，都應特此鄭重合法地暫停他們的勞動，直到他們有義務能夠圓滿地回答以下的問題：為什麼任何人都應該被限制

⁸ A word should be added about the practical consequences of this new method. Would it be necessary to rewrite the textbooks? I feel inclined to consider such an opinion as too puristic. Generally it is not advisable in a science to break away from a firmly established tradition.

⁹ I am very much afraid, therefore, that the answer is yes to Mr. Bernardelli's question, and that the text-books still need that rewriting which he hoped so much to avoid.

¹⁰ What is the meaning of this condition in terms of the individual's ordinal classification of movements? Can such a relationship in general be satisfied? The answer is in the negative...here is absolutely no a priori reason why the individual's preference scale of the second kind should, obey this arbitrary restriction. Indeed, the chance that any one relationship drawn from an infinity of possible functional relationships should hold must be regarded as infinitely improbable.

去遵守唯有無異曲線斜率的性質才應該被使用來公式化經濟學法則的幻象規則（其中似乎沒有任何權威可言）？¹¹

Bernardelli (1952)

只要古典邊際效用的方法並沒有苦於被現代價值理論所強調的無能或障礙，這對於部分的(古典)經濟理論而言，這將是非常精簡的。但是，它真的為這些無能所苦，並且這件事不論 Bernardelli 博士或其他任何人都無能為力的。¹²

Lancaster (1953)

1. 什麼樣的經濟理論會被批評為「國王新衣」等級的荒謬理論

1952 年在英國倫敦政治經濟學院所發行的知名經濟學期刊《經濟學刊》(*Economica*)中，刊登了一篇標題為〈古典邊際效用理論的復興〉(A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility)的文章，此文標題後的引言，是讓人眼睛一亮並且是連小學生都看得懂的知名故事：

在美麗的單篷下皇帝的遊行隊伍往前邁進，每一位在街上和在窗戶旁的人都說：「天哪！國王的新衣是他有史以來最美好的一件。多麼美妙的長袍！多麼完美而合身！」沒有人會露出他自己什麼也看不見的任何跡象，因為這將意味著他不適任他的工作，或者說，他是非常愚蠢的。從未有過皇帝的衣服是如此的成功。

「但是他什麼都沒穿！」一個小孩說道。

¹¹ It is indispensable that all those who are busily weaving the new garments of economic theory should lay aside the fascinating novel tools of their creation, and pause to reflect as to what they are really doing. In fact, all writers who have been forcing the problems of economics into the straightjacket of preference scales and of marginal rates of substitution, and in particular those authors who lately seem to receive such scales by revelation, are herewith solemnly and legitimately suspended from their labour, until they shall have answered satisfactorily the question: why should anybody be constrained to observe the fancy rule (for which there appears to be no authority whatever) that only properties of the slopes of indifference curves should be used in the formulation of the laws of economics?

¹² It would be very neat for parts of economic theory if only the classical marginal utility approach did not suffer from the disabilities emphasized by the modern value theorists. However, it does suffer from those disabilities, and there is nothing that Dr. Bernardelli, or anyone else, can do about it.

—安徒生(Hans Christian Andersen) 13

這樣的文章開頭很能引起讀者的好奇心，但這則故事出現在經濟學的學術論文中會令人感到非常莫名其妙。為什麼在嚴肅的且嚴謹的經濟學的權威性學術期刊上所刊登的學術論文，會出現這樣一個充滿調侃與諷刺性的「國王新衣」的故事比喻呢？

這篇文章所要諷刺的「國王新衣」等級的荒謬經濟理論是哪一個經濟理論呢？會是我們熟悉的知名的且重要的經濟理論嗎？這篇文章中所暗喻的，不相信自己親眼所見的，既沒自信又怕失去工作的，不如天真地喊出「但是他什麼都沒穿！」，即「這權威理論是虛假的！」的小孩的經濟學家是指哪些經濟學家呢？會是我們熟悉的知名的重要的偉大經濟學家，甚至是否包括我們自己這些普通的經濟學家嗎？被諷刺的理論的建構者是誰呢？這是誰寫的論文呢？他與被諷刺的理論的建構者之間有什麼個人學術關係呢？為什麼需要復興古典邊際效用理論呢？而古典的邊際效用理論是基於怎樣的重大缺失而必須被拋棄呢？新理論又是根據怎樣的理由而主張應該取代古典的邊際效用理論呢？這項理由的正當性很充分嗎？這項革新或革命的工程是成功的嗎？

簡單地說，可能會非常出乎你意料之外，受到批評的理論是我們經濟學家非常熟悉的並且是隨時不斷地在應用的理論，是我們在課堂中與教科書裡所學到的第一個個體選擇理論，是現代很多經濟學家最常用來分析各式各樣經濟問題的個體選擇的基本分析架構。

那會是指哪一項重要的個體選擇理論呢？

2 謎底是消費者在預算限制下極大化(序數或基數)總效用的理論

或許你已經猜到答案了，謎底就是消費者在預算限制下直接極大化(序數或基數)總效用的理論。¹⁴這不只是我們在經濟學中所學習的第一個個體選擇理論，這個理論也是現代很多後續經濟理論的基本分析藍圖或架構，我們從其他後續的

¹³ There marched the Emperor in the procession under the beautiful canopy, and everybody in the street and at the windows said: 'Goodness! The Emperor's new clothes are the finest he has ever had. What a wonderful train! What a perfect fit!' No one would let it be thought that he couldn't see anything, because that would have meant that he wasn't fit for his job, or that he was very stupid. Never had the Emperor's clothes been such a success.

'But he hasn't got anything on!' said a little child."

—HANS CHRISTIAN ANDERSEN.

¹⁴ 作者主要批評的是序數效用理論，但也不認為基數效用理論是正確的理論。

經濟理論中常常會無處不在地看到它的身影。建構這套分析架構的少數居於拓荒者位階的領導性建構者，包含十八世紀與十九世紀交替之際的法國經濟學家 Pareto，1910 年代的俄國經濟學家 Slutsky，以及 1930 年代英國經濟學家 Hicks 和 Allen 等人，而寫這篇文章的人是在 1930 年代與 Hicks 和 Allen 一同參加在倫敦政經學院由 Robins 教授所領導研究群的同輩學者 Bernardelli。¹⁵鮮為人知的 Bernardelli，¹⁶在這一篇文章發表於 1952 年的文章中所謂的不如小孩的大人經濟學家，就是指當時的就像現在的我或我們這樣忙著以效用極大化模型進行教學、思考與寫論文，而竟然睜著眼睛卻看不見經濟學的國王理論其實是沒穿衣服理論的普通經濟學家。

為什麼這一個至少從 1930 年開始(如果不將效用是可以以一個標準單位來衡量的更早的古典的邊際效用三傑 Jevons (1871)、Menger (1871) 和 Walras (1874) 與其他人的效用極大化模型也列入考慮)，¹⁷就變成經濟學個體選擇標準理論的效用極大化分析典範或思維架構，到底有什麼現在的我們所忽略、不熟悉、或視而不見的重要缺陷，而會引發這麼激烈的反諷呢？

這麼重要的理論怎麼可能會是「國王新衣」等級的荒謬理論呢？Bernardelli 所用的比喻會不會太過分了呢？到底這個偉大理論出了什麼問題呢？如果真的有嚴重的問題，那麼為什麼直到現在都還沒出現能被普遍接受而可以取代這個充滿爭議的新理論的更新理論呢？提出替代理論以解決這項嚴重問題為何如此困難呢？以及應該從何著手才能解開這個謎團呢？

正如 Richard L. Greaves 等人(1900)所撰寫的一本巨著《世界的文明：人類的冒險》(*Civilizations of the World: The Human Adventure*)中引用 Richard von Weiz 的一句充滿智慧的話：「任何對過去閉上雙眼的人，對現在會是盲目的。」(Anyone who closes his eyes to the past is blind to the present.)所傳達的意念一樣；要理解這「國王新衣」故事背後的種種緣由，以及要對上述的種種提問形成你自己的答案，一個徹底的方法是我們必須了解經濟學效用理論的發展史。沿著效用理論思

¹⁵ Hicks and Allen (1934)的長文〈價值理論的重建〉(The Reconsideration of the Theory of Value)，以及 Bernardelli (1952) 的〈古典邊際效用理論的復興〉(A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility)的文章，都是刊登在經濟學期刊《經濟學刊》(*Economica*)上，並且在刊登之前都曾在倫敦政經學院由 Robins 教授所領導的研究群的研討會中報告過。

¹⁶ 一向鮮為人知的 Bernardelli，最近有受到矚目的趨勢，例如在以下的文章都以顯著地位的方式提到他，Hudík (2014)、Moscati (2013a)、High and Bloch (1989)等。以前以讚許的語氣提到他的文獻有 Rothbard ([1956]1997)、以及 McCulloch (1977)。

¹⁷ 若將效用是可以以一個標準單位來衡量的效用極大化模型也列入考慮，如從 Gossen (1854)的效用最大化模型開始算起，已經有超過一百六十年的歷史了。

想實際發展軌跡的主要脈絡來一趟時空之旅，就可以以較身入其境的方式，了解當年為何要主張與著手建構新理論的肇因，與因此而產生的種種激烈爭辯。如此就能深刻地體會當前經濟學最主要的個體選擇理論，是否真是國王新衣等級的荒謬理論；效用理論、極大化總效用的個體選擇理論、以及以其為根基而建構的後續目不暇給的龐大經濟學理論體系，是否還有需要加以重新建構等問題。

當你了解在經濟理論中效用理論位居根本性位階的重要性、其重大爭議的焦點、概念的模糊性、複雜性與困難度、迷人且有趣的發展史、以及充滿挑戰性的重大待解謎團之後。或許你會同意，效用理論是經濟學最重要、最基本、最迷人、最令人困惑、最具有挑戰性的一項非常艱深的研究題材。或許你會同意，研究經濟理論，最好必須研究或至少要相當了解位於根基性的效用理論，否則你可能會犯了嚴重的錯誤而不知，甚至還會得意洋洋於自己應用非常局限性的或有嚴重缺失的理論所獲得的論文發表成果。並且由於效用理論是居於經濟學出發點的理論，是後續龐大經濟理論的根基，若能找到更好的效用理論，將有改變整個經濟理論發展軌跡的可能性。當你深刻體會到這其中牽涉到的令人迷惑也令人著迷的複雜面向與充滿挑戰性的待解之謎之後，或許你會深深為效用理論所吸引，而立志投入相關的研究，以期有一天能成功地解開此重大謎團，以重新建立經濟學的根基並進而發展出一套更好的經濟理論。這是從更替或革新經濟學個體選擇理論的第一個假設出發，以開始再一次重新改造經濟理論的充滿理想性的研究志業。

就如發現槓桿原理的阿基米德(Archimedes)曾興奮地說：「給我一個支點，我就能支撐起整個地球」(Give me a fulcrum, I can leveraging the Earth. δῶς μοι πᾶ στῶ καὶ τὰν γᾶν κινάσω.)。或許，我們可以樂觀地期待說：「給我一套新的效用理論，我將重建整套經濟理論」。

3 邊際效用三傑 Jevons、Menger 和 Walras 和 Marshall 的效用理論

效用理論發展史的故事敘事方式，通常是以 Gossen (1854)以及邊際效用三傑 Jevons (1871)、Menger (1871) 和 Walras (1874)的理論為出發點，¹⁸因為這些古典

¹⁸ Kauder (1953) 則主張邊際效用理論的概念可以回溯到 Aristotle 的作品。Ellingsen (1994)在〈基數效用：計算快樂分數的歷史〉(Cardinal Utility: A History of Hedonimetry)的經濟史文章中，則主張邊沁(1748年至1832年)、丹尼爾伯努利(1700年至1782年)、以及韋伯(1834年至1846年)發現和費希納(1860)的心理物理法則才是最佳的效用理論發展史的出發點。其他作者則強調要注意以下的作品，Cournot 古諾(1838)發展了需求理論，但是，並沒有建立在效用的概念上。Dupuit 裘布依(1844)分析總效用和邊際效用，但視邊際效用曲線和需求曲線為同樣的東西。Gossen 戈森(1854)首先觀察到，對於效用最大化，花在不同的商品上的錢必須獲得同一的邊際效用，但他笨拙的書一直到19世紀70年代末才被重新發現。在1871年以前需求理論的歷史，

經濟學家奠定了邊際分析法的基本分析架構與主要的均衡條件。邊際分析法最基本的兩項特徵是：消費者以「在預算限制下(直接)極大化總效用」的方式進行決策，並且對應的消費者最適化條件為商品之間的邊際效用與其各自價格的比值相等，也就是消費者支出在每一項商品上的最後一塊錢所獲得的邊際效用都相等。¹⁹現今主流的現代版本的「消費者在預算限制下(直接)極大化總效用」的個體選擇分析架構或分析典範，基本上就是後來在這個舊分析架構下，以「舊瓶裝新酒」的形式，將效用是直接設定為可以以一個標準效用單位加以測量的概念，²⁰修正為效用是以只能排序大小的偏好概念為基礎而進一步間接建構而成的(或推導而出的)序數與基數效用概念。

邊際效用三傑的效用理論有兩項重要的特性或限制，一是其總效用函數是侷限於可分離相加的函數(additive-separable function)形式，二是其效用數值是直接設定為可以以一個標準效用單位(通常是指貨幣的邊際效用或是「最小能感覺得出的效用差異值(the least noticeable utility difference)」)加以測量的效用可衡量性概念。

在十九世紀末二十世紀初，Marshall (1920) 的《經濟學原理》(*The Principles of Economics*)是當時最重要的經濟學教科書，²¹Marshall 書中所介紹的基於邊際效用分析法(消費者的均衡條件是商品邊際效用除以貨幣邊際效用等於價格)所建構的需求理論是當時最重要的消費者選擇理論。

一直到 1920 年最後一版的《經濟學原理》，Marshall 需求理論如同稍早的邊際效用三傑的效用理論一樣，還是繼續隱而不顯地建構在可相加的效用函數的基礎上。²²並且，Marshall 的需求理論一般被認為，也是建立在效用是可以以一個標準效用單位(即貨幣的邊際效用)加以衡量的效用理論之上。但這種效用如同公分與公斤等客觀物理性質一樣存在著一個客觀的標準單位的觀點，普遍被認為是不可能的事，例如貨幣的邊際效用易受財富或所得高低變動的影響是不易維持固定不變的，所以這種效用可衡量的觀念一直是飽受批評並且是當時經濟學家極力

請參考 Stigler (1950)與 Ekelund *et al.*, (1972)的論文。

¹⁹ Stigler (1950)稱這個條件為邊際效用學派的基本方程式。

²⁰ 在測量的概念上，這種測量概念被稱為古典的效用可衡量。根據古典的觀點，測量一件物品的屬性(例如，一塊金屬的重量)是拿另外一件具有相同屬性的物品，並把它當作(定義或標準化)為一單位(例如，一公克的法碼)，然後找出或評估此標準化單位與要被測量的物件彼此之間的數據比值(如果比率是二比一，則該金屬是兩公克重)。

²¹ Marshall 的《經濟學原理》(*The Principles of Economics*)總共有八個版本。由 Moscati (2007)可知，第一版 1890 年，第二版 1891 年，第三版 1895 年，...，以及最後一版 1920 年。

²² 請參考 Moscati (2007)的說明。

想擺脫的效用理論的緊箍咒。²³總之，總效用函數局限於可分離相加的函數形式與效用缺乏一個客觀的量度單位的缺失，兩者都是古典經濟學家所用的效用概念與建構在其上的經濟理論的嚴重限制。在那個時候，古典經濟學家不知如何克服這兩項效用理論的難題。²⁴

由後來的效用理論發展史的歷程與結果看來，第一項總效用函數為可分離相加的問題，很容易或不難解決，只要將它改寫成一般化的總效用函數再進行後續的數學推導以發掘其相關性質(如確定需求曲線負斜率或內部解的條件等)即可，現在這個問題早已獲得圓滿的解決了。²⁵但第二項效用可衡量性的問題，卻真正是經濟學面對的超級難題，至今尚未有完美的或缺點不大的解決方案。當時參與序數與基數效用理論相關爭論的 Bernardelli (1938)就曾感慨地指出：「心理測量的問題及其對經濟理論的影響至今已被證明是最令人費解的謎團之一」(the problem of psychological measurement and its bearing on economic theory so far has proved to be one of the most puzzling riddles)。其實，不只在當時這是一個重大謎團，這個謎團至今還未被成功地破解，正如最近 2014 年發表於經濟史期刊《政治經濟學史》(*History of Political Economy*)的一篇文章，作者 Hudík (2014, p.690)於文章結語中所下的結論：「最近試圖建構...的消費理論是否會導致重新引入邊際效用於消費行為的分析之中...。截至今天，這個問題仍然是處於等待解答的狀態。」(the question whether recent attempts to construct...consumer theory will lead to a reintroduction of marginal utility into analyses of consumer behavior...As of today, this question still open.)更令人納悶的現象是竟然當前很多的經濟學家不知道經濟學還存在著這樣一個重大的謎團，似乎大家已經將使用具有重大爭議的理論來進行應用分析的現象視為見怪不怪或當成理所當然的事了。

²³ 請參考 Moscati (2007, 2013a, 2013b)關於效用理論的經濟史的系列論文或林忠正(2015a, 2015b, 2015c)所譯著的《古典可測量的效用理論的故事》、《序數效用理論的故事》與《基數效用理論的故事》等專書的初稿，以及林忠正其他相關論文的說明。在 Moscati 的論文中可找到一些數學家對效用可測量性的批評的相關文獻。

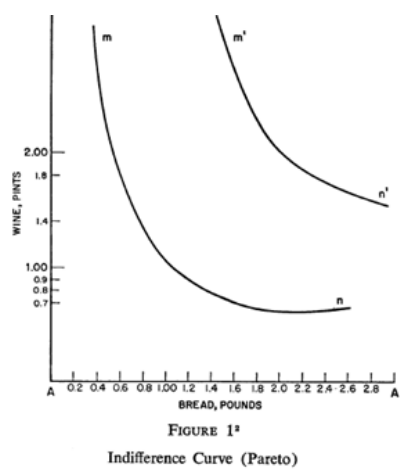
²⁴ 第三項困難是關於當時理論無法解釋季芬財的特殊情況，只是這問題是與一般化總效用函數相伴而生的問題，隨著一般化總效用函數如何順利進入經濟學的問題被解決而連帶被解決了，請參考 Moscati (2007)的說明。

²⁵ 請參考 Moscati (2007)關於一般化總效用函數如何進入經濟學與如何被經濟學家所接受的說明。

4 無異曲線分析法的先驅者 Edgeworth 與 Pareto

在 Hicks and Allen (1934)的知名文章〈價值理論的重建〉(The Reconsideration of the Theory of Value) 與 Hicks (1939)影響深遠的書籍《價值與資本》(Value and Capital)裡，作者於兩項著作的正文一開頭的段落中，都指出交換價值的純理論(怎樣以自己所擁有物品去以物易物的方式交換想要的物品的交換理論)或消費者選擇理論(怎樣以自己所擁有的既定所得或預算去購買想要的物品的消費理論)，經過 Jevons 和 Marshall 那一代的經濟學家的精心研究之後，²⁶在二十世紀從他們的繼任者那裡已獲得相對較少的關注。自 1900 年以來在這一領域只出現了一項主要成就。這項成就來自 Pareto (1909)的作品，在其《政治經濟學手冊》(Manual of Political Economy)，特別是其數學附錄中，包含了經濟(科)學發展至當時所建構的最完整的價值理論的靜態分析。²⁷而 Pareto 在這方面的突破性思維，則是受到無異曲線的啟發。

Moscatti (2007)強調 Edgeworth (1881)在《數理心理學原理》(Mathematical Psychics)裡，引進一般化的效用函數，即一個不必然是可分離相加的總效用函數。一般化的總效用函數可以捕捉到商品之間明顯的效用相互依存現象 (Edgeworth 1881: p. 104)。依據 Kauder (1965: p.143)的書籍《邊際效用理論史》(A History of Marginal Utility Theory)的記載，Edgeworth 是以數學方程式的方式呈現無異曲線可用於表示兩種商品不同數量的組合將導致相同總效用的基本精神。在 11 年後，Irving Fisher (1892)，在他的博士論文中，加入了描繪無異曲線的一組幾何圖形。但是，一直到 Pareto 畫出他如圖 1 (Figure 1)中的知名麵包與酒的無異曲線圖形，無異曲線的圖形表達方式才開始獲得廣泛的歡迎與採用。



²⁶ Moscati (2007)指出：馬歇爾一個值得注意的身影是，他介紹了一種不同於傑文斯、瓦爾拉斯和埃奇沃思的消費理論的分析方法。首先，馬歇爾考慮一個孤立的個人的購買行為，而不是很多人們之間的互相交易。其次，消費價格是由市場所決定的且固定的，而不是交換過程的結果。第三，家庭並不擁有一些商品的原賦以拿來進行交易，而是擁有一些貨幣原賦用以購買商品。如此，馬歇爾劃下了消費分析的當前邊界並分隔消費理論與交換理論。

²⁷ Pareto (1909, p. 391) 另外，Ellingsen (1994)指出，在更早的時候，Fisher (1892 年，第 86-89 和 98-99 頁) 明確表示，價格理論只依靠邊際效用之間的比率。

Pareto 由無異曲線意識到需求理論可以只建立在偏好尺度所對應的(序數)效用函數的概念之上,也就是只要能反映相同的偏好次序的任何效用函數都可以用來表述這一個相同的偏好排序關係,並且也都可以獲得相同的消費者均衡條件。²⁸但身為先驅者的 Pareto 並沒將在(效用不是以標準單位衡量的)偏好尺度(也就是後來的所謂的序數效用)之下需求理論所需進行的重建或調整工作充分地開發出來。²⁹這些價值或需求理論的重建工作,主要包括兩大類:一是以一些新的概念取代一些在新效用理論下被認為是不合宜的或不相容的舊概念,如以邊際替代率(遞減)取代邊際效用(遞減)和以建立在無異曲線上的替代互補性定義取代建立在總效用二次交叉微分項正負符號上的定義;二是推導新效用理論下需求理論所對應的一些相關特性,如所得效果與替代效果、以及交叉替代彈性等概念。

雖然如此, Pareto 對一般化效用函數與偏好排序的處理方式對後續文獻的影響是相當明顯的。依據 Moscati (2007)的研究心得,在 Pareto 的《政治經濟學手冊》(尤其是法國版)出版後,³⁰一般化的總效用函數與偏好排序的概念成為經濟學個體選擇理論分析的起點。³¹在 Pareto 之後,於 20 世紀 10 年代在一般化效用函數的分析架構下對消費理論做出主要貢獻的有兩個人,一位是 Johnson (1913), 並且,另一位,更重要的人物是, Slutsky (1915)。

5 探索無異曲線分析法相關性質的先行者 Johnson 與 Slutsky

Johnson (1913) 也受到 Edgeworth 無異曲線概念的啟發,他指出需求理論可以只由無異曲線的斜率等於相對價格的消費者均衡條件單獨推導而出。³²他當時稱無異曲線的斜率為「無異方向」(direction of indifference),而不是後來由 Hicks and Allen (1934)所命名的現代通用的名稱「邊際替代率」(marginal rate of substitution)。Johnson 在 1913 年發表於英國的《經濟期刊》(*Economic Journal*)上的論文〈效用曲線的純理論〉(The Pure Theory of Utility Curve)中,並首次畫出現在所謂的價格消費曲線(PCC)與所得消費曲線(ICC)的圖形。也畫出了現代常見

²⁸ 請參考 Moscati (2007)關於一般化總效用函數,如何進入經濟學與如何被經濟學家所接受的說明。

²⁹ 甚至還一方面採用序數效用的偏好排序概念,另一方面還採用邊際效用遞減的原則與以總效用二次交叉微分項正負符號的替代互補性定義,彼此不一致性的論述。

³⁰ Pareto 的書共有以下的版本, Italian Edition 1906, French Edition 1909, English Edition 1971, 2014。

³¹ 但是, Moscati (2007)與 Stigler (1950)提到 Wicksteed (1888), Wicksell ([1892, 1893] 1954), Barone (1894), Pantaleoni(1889, 1898), von Wieser (1889)和 Clark (1899)還是保持可測量與可相加效用的假設。

³² 請見 Johnson (1913), p. 488-490.

的所謂的完全替代與完全互補的無異曲線圖形。³³

消費需求理論在一般化總效用分析架構下的代表性且系統化的分析率先由 Slutsky 所完成。³⁴在 1915 年，俄國經濟學與統計學家 Slutsky 在義大利雜誌《經濟學家雜誌》(*Giornale degli Economisti*)發表了他的知名的基礎性文章，那一份義大利雜誌是 Pareto 出版他的大部分貢獻的地方。事實上，Slutsky 在文章中就以欣賞崇敬的語氣推崇 Pareto 的貢獻，但文章中沒有引用稍早出版的 Johnson 的文章。Slutsky (1915/1952)在此論文中，第一次在只能排序的偏好尺度的概念下，探索了需求理論的相關性質(如所得效果與替代效果的分類)，這篇文章因為是非以英文寫成而且是發表在義大利的期刊上，因此 Allen (1936)在〈Slutsky 教授的消費者選擇理論〉(Professor Slutsky's Theory of Consumers' Choice)的文章中推測，當時因為義大利正在積極備戰，³⁵所以 Slutsky 的論文不為當時講英語世界的經濟學家所知悉是一件不令人感到意外的事。因而，如當前經濟學家眾所皆知的，直到 20 世紀 30 年代 Hicks and Allen (1934)知名的長文發表之時，Slutsky 的論文一直沒有受到當時經濟學界的普遍關注。Allen 是因為讀了任教於芝加哥大學的 Schultz (1935)介紹 Slutsky 理論的文章〈需求、價格和所得的交互作用〉(Interrelations of Demand, Price and Income)之後，才知道 Slutsky 早在 Hicks 和他自己所合著的文章發表之前，就已經大致完成 Pareto 序數效用概念下需求理論的重建工作。Allen (1936)在〈Slutsky 教授的消費者選擇理論〉中承認 Slutsky 捷足先登的開創性貢獻，並致力於列舉 Hicks 與他自己的作品與 Slutsky 模型的差異處，藉以彰顯他們的論文也有開創性的創新貢獻之處。

Hicks (1939)在《價值與資本》(*Value and Capital*)裡，也再次很慎重地提到 Slutsky 的作品。Hicks 說：³⁶

「依這個(本文作者補充：無異曲線)原則進行，我們現在要探究至少像 Marshall 理論一樣深入完整的消費者需求理論能否建立在偏好尺度的假定上面。在構造這個理論的時候，我們隨

³³ Pareto 在其書中已首次畫出直線的完全替代與直角的完全互補的無異曲線圖形。的書共有以下的版本，Italian Edition 1906, French Edition 1909, English Edition 1971, 2014。

³⁴ Slutsky, E., 1915, "Sulla Teoria del Bilancio del Consumatore," *Giornale degli Economisti*, 51, 19-23. Translated as "On the Theory of the Budget of the Consumer," in *Reading in Price Theory*, G. Stigler and K. Boulding (eds.), Richard D. Irwin, Inc., Homewood, 111, 1952. Slutsky 教授發表這篇著名的文章時是在基輔的商務部研究院工作，他於 1948 年在莫斯科去世。

³⁵ 可能是指第二次義大利衣索比亞戰爭(1935 年 10 月 3 日—1936 年 5 月)。

³⁶ 以下譯文取自邢慕寰(1967)《價值與資本》的譯文。

時都要摒棄任何依據數量效用的觀念…我們只是單獨從無異曲線圖出發，而不考慮更多的東西。

在做這個重新考慮的時候，我們失去了 Pareto 的幫助；因為即使在 Pareto 已經確定他的偉大命題(本文作者補充：即效用不可衡量的無異曲線的序數特性)之後，他仍繼續使用由以前的一套觀念(本文作者補充：即效用可衡量的觀念)推演出來的概念(本文作者補充：指邊際效用遞減法則與傳統的互補性定義)…無論是由於什麼原因，他已經失掉了一個機會。

抓住這個機會的第一個人，是俄國的經濟學家和統計學家 Slutsky，他的一篇相關的論文在 1915 年刊載於義大利的雜誌《經濟學家雜誌》(*Giornale degli Economisti*)上面。…在 Allen 和我自己的作品發表於《經濟學刊》(*Economica*)上面以後的一段時間之前，我從未見過 Slutsky 的著作。Slutsky 的著作是高度數學化的，他對他的理論的重要意義並未多加討論。這些事體（以及它的發表日期）或許解釋它何以經過許久時間仍然沒有產生影響，而必待重新發掘的原因。」

6 發揚光大無異曲線分析法的序數效用革命者 Allen 與 Hicks

在英文的文獻中，Allen (1934a)於《計量經濟學刊》(*Econometrica*)發表的論文〈不同互補性和競爭性商品定義的比較〉(A Comparison between Different Definitions of Complementary and Competitive Goods)中指出，在 Pareto 偏好尺度的概念下，Edgeworth-Pareto 以總效用的二次微分項正負來定義互補品與替代品的概念，將無容身之地，因此必須提出新的互補品與替代品定義來加以取代。在這篇文章中，他在保留邊際效用遞減的概念下，³⁷嘗試比較 Edgeworth-Pareto 所採取的定義與他自己在同一年一篇以德文發表的論文中(利用 Johnson 的「無異方向」(direction of indifference)的概念)所提出的新替代性與互補性定義。³⁸Hicks 讀到 Allen 的文章而初步了解了 Allen 的想法，透過彼此的討論所合作出版 1934

³⁷ 在保留邊際效用遞減的概念下，批評 Edgeworth-Pareto 以總效用的二次微分項的正負符號來定義互補品與替代品的概念的做法，當然是互相矛盾的做法。這顯然是要放棄常識性的邊際效用遞減法則是相當不容易的事，即使對後來促成序數效用革命的理論的主要建構者來說也是一樣困難。

³⁸ 由於 Allen (1934a)所採取的互補性的定義相當繁瑣，所以我沒有意圖在此作介紹。我也在考慮撰寫另一本有關《經濟學互補性的故事》的專書，在該書中會較詳細地介紹 Allen 當時的想法。

年知名的劃時代作品，導致經濟學的重大變革，這項變革的強大影響力延續至今。³⁹

Hicks and Allen (1934)備受矚目的長文〈價值理論的重建〉，以及 Hicks (1939)影響深遠廣泛的巨著《價值與資本》，一開頭就相當嚴厲地批評 Marshall 的需求理論是建構在效用可衡量的基礎上，但效用顯然是不可衡量的。⁴⁰他們以來自 Pareto 作品的靈感，主張以得自 Pareto 無異曲線的序數效用(效用數值只能排序大小)分析法，來取代 Marshall 效用可衡量的邊際效用分析法。依據 Hicks (1939)在其《價值與資本》書中第一章開始時的論述，Hicks 認為他們的消費者選擇模型與 Marshall 模型都可以寫成：消費者在預算限制下極大化總效用的模型形式。主要差別只是他們的效用概念來自 Pareto 的效用數值只能排序大小的偏好概念，而 Marshall 的概念(Hicks 的言下之意)是錯誤的效用可直接衡量的概念。因此所謂的序數效用革命，在 Hicks 筆下主要就只是在相同的效用極大化分析架構之下，立基於不同的效用概念的差異而已，這項「舊瓶新酒」的差異竟然革命性地改變了經濟理論的發展軌跡。

雖然，Hicks 將 Marshall 的需求理論詮釋成「消費者在預算限制下極大化總效用的模型」是否恰當，我個人在閱讀 Marshall 書中關於需求理論的章節時，找不到 Marshall 是如此思維的明確證據，我覺得 Marshall 的分析架構比較接近直接由邊際效用出發而不是由極大化總效用出發的理論。⁴¹但是，無論如何，在 Hicks 和 Allen 大力鼓吹序數效用理論之後，經濟學的需求理論的確由 Marshall 式的邊際效用分析理論轉變成 Hicks 和 Allen 形式的邊際替代率或無異曲線的需求理論。我們可以在相關經濟史的論文中，找到相同的觀察。例如，Jean-Sébastien Lenfant (2006)在一篇發表於《政治經濟史》(*History of Political Economy*)名為〈互補性和需求理論：從 20 世紀 20 年代至 40 年代〉(Complementarity and demand theory: From the 1920s to the 1940s)的經濟史論文中，於文章開頭的地方就提到：「消費需求理論的歷史通常被看作是從簡單的 Marshall 設計轉變至功能強大的 Hicksian 形式的需求理論的表述方式。曾經，有人這樣說，Marshallian 形式的『需

³⁹ 參見 Hicks and Allen (1934)文章中，Hicks 所撰寫的部分的說明。

⁴⁰ 這是文獻中的普遍看法，但我並不同意此見解，因為經濟學的重點在由均衡條件為基礎所進行比較靜態分析之後所推導得的 testable hypothesis，均衡條件用到總效用的一次微分項，比較靜態分析用到總效用的二次微分項，若二次微分項的正負符號沒有意義，在進行比較靜態分析結果的解釋時會出現荒謬的「指鹿為馬」的錯誤，請參考林忠正(2014)的相關著作，特別是刊登於《民報》的文章〈什麼是真正的蘋果橘子經濟學？淺談新古典經濟學的消費者選擇理論〉。

⁴¹ 參見 Marshall 的經濟學原理的第三篇第三章，關於消費者要買多少磅茶葉的說明，明顯地是直接由邊際效用分析的觀點出發的理論。

求法則』(law of demand)遇到序數主義的原則，通過序數原則逐步將 Marshallian 形式的『需求法則』改造成具有現代科學所有屬性的一個美麗的需求理論。」⁴²

Hicks (1939)在《價值與資本》一書的〈導論〉中提到：「這樣，Pareto 的一小片幾何圖解產生了一個在方法論上具有廣大重要性的結論。」在書中的第一章裡則強調「現在我們開始遇到關於無異曲線的真正不平凡的事物——一種發現把 Pareto 的理論導向不同於 Marshall 理論的線路，並開闢一條指向具有廣大經濟意義的新成果的道路。」Pareto「在這裡，他擴展了以往的分析；或者我們可以說，他做了一些始於擴展而終於革新的工作。」並且，Hicks (1939)非常興奮地說：

「當我們想到用得上 Pareto 偏好尺度理論結構的人類選擇種類是多麼寬廣時，大多數同樣的推廣便立刻出現。這樣，始於消費者對消費品選擇的分析，終於成為一般的經濟選擇理論，整部經濟學的統一法則已經在望了。」

因此，在該書的〈導論〉中 Hicks 在一開始的地方，就野心勃勃地說：⁴³

雖然本書討論經濟理論著作裡面通常論述的大部分課題，但是它不能稱為「經濟學原理」。它的目的是很不同的。任何一部「原理」的作者所要抱定的理想，是古典詩人的理想：即時常被人想到的、但是從來沒有被人表現得這樣的好；而我所關心的幾乎全是新穎的事物，我將把我自己限定在每一個題目有新東西可論述的那些方面，或者至少我將以頗不常見的方式來討論那些熟悉的方面。

這樣說來，也許有人以為就經濟學這樣一門發展成熟的科學花樣翻新的著作，只可能包括一連串的論文，而不是一本結構完整的書。然而我自信我寫成了一本書。這個宣稱的根據，不在於題目的統一，而在於方法的統一。我相信我已經幸運地抓住一個可以適用於許多種類的經濟問題的分析方法。這個方法導源於一些最簡單、最基本的問題——因而這些問題在本書

⁴² 原文 The history of consumer demand is often presented as the history of the transformation of the simple Marshallian device into a powerful Hicksian representation of demand. Once upon a time, it is said, the Marshallian “law of demand” encountered the principle of ordinalism and was progressively transformed by it into a beautiful theory of demand with all the attributes of modern science. °

⁴³ 以下譯文取自邢慕寰(1967)《價值與資本》的譯文。

中有安置的地位；當這個方法應用到最複雜的問題（例如景氣循環問題）上時，也許最為出色——因而這些問題在本書中也有安置的地位。

由現在 Pareto-Slutsky-Hicks-Allen 的序數效用理論在經濟學個體選擇理論與各種應用個體理論中所佔據的絕對主流地位的事實來看，Hicks 當時看來非常誇張的期待與推測，現在看來一點都不誇張。⁴⁴

因此，始於 Allen 基於無異曲線的序數效用概念而對 Edgeworth-Pareto 互補性定義的批評，觸發了 Hicks 和 Allen 致力於需求理論的重建工作。這些價值或需求理論的重建工作，如前所述包括以邊際替代率(遞減)原則取代邊際效用(遞減)原則，和以建立在無異曲線上的替代互補性定義取代建立在總效用二次交叉微分項正負符號的定義。並推導新效用理論下需求理論的一些相關特性，如所得效果與替代效果等。以及，推導了一些彈性概念，例如兩種商品的替代彈性具有對稱性的結果。

Hicks 與 Allen 的研究，很快就受到大西洋對岸經濟學界的矚目，觸發了芝加哥大學一些重要經濟學家的研究興趣，但其反應是相當負面的。

Schultz (1935, 1938) 將 Slutsky 最先推導出的交叉替代彈性相等的理論特性，應用於一項關於牛肉、豬肉和羊肉的總合需求的統計數據分析中。Slutsky 分析的一項實證含義是，對一個人來說，交叉價格的替代效果必須是對稱的。但是 Schultz 發現這些效果在幅度上是不對稱的，並且對於豬肉和羊肉來說，甚至交叉價格的替代效果的正負符號是不同的。然而，Schultz 意識到的個人交叉價格的替代效果的對稱性要類推於或應用於總需求的實證結果時，必須在眾多的消費者具有相似性的強烈的輔助假設下才是可行的，因此他的研究結果並不表示證偽了 Slutsky 的分析。然而，這樣的結果確實投下對 Slutsky 理論的正確性的懷疑。

45

⁴⁴ 我們如果能將心比心跨越時空以身歷其境的方式體會 Hicks 撰文時的思緒與心境，就一點也不會訝異於他為何會以如此「誇大」言詞寫出如此「驕傲」的期待。或許，如果我們像 Hicks 一樣幸運或聰明，也有他一樣的寫作功力，我們也會寫下同樣的文字記錄下當時興奮的心情與深刻的學術體驗。

⁴⁵ For more details on the statistical testing of consumer theory, see section 5.3. Hands and Mirowski (1998) propose a story of American demand theory centred on Schultz's statistical findings and on Hotelling's demand model (Hotelling 1932, 1935). Although the Hands –Mirowski reconstruction is replete with interesting, new information, in my opinion it is hardly tenable. For a critical discussion of

其他芝加哥學者，如 Stigler (1939)，Wallis and Friedman (1942) 和 Knight (1944)，隨後指出調和序數的 Slutsky-Hicks 理論的需求曲線與統計的需求曲線的難度。特別是，Wallis and Friedman 聲稱，要給予無異曲線的定量內涵是不可能的，不論是透過實驗方法，或是通過統計技術。這些困難基本上都是歸因於無異曲線分析，分開了「嗜好因素」(偏好)與「機會的因素」(價格和所得)的事實，然而它們是千絲萬縷地交織在一塊的(參見 Wallis and Friedman 1942: 188)。不能給予無異曲線定量內容的困難使得 Slutsky-Hicks 的分析工具在實際目的是沒用的。因此，Wallis and Friedman (1942, 175) 提出兩個單獨的論點：(1)在實證上推導無異曲線函數，所遭遇到的困難和矛盾…被證明是內建於理論的邏輯結構之中；(2)對於消費支出的實證研究而言，替代性的理論框架是必要的。⁴⁶

另外，Knight (1944, p. 289)也對無異曲線的概念多所批評，簡單地說，Knight 認為 Hicks 和 Allen 所鼓吹的理論是「走回頭路」(go backward)。

雖然來自芝加哥的反應不佳，但 Hicks and Allen (1934)與 Hicks (1939)的主張還是非常成功，促成由 Pareto 揭開序幕的序數效用革命的蓬勃發展，經濟學教科書中的消費者選擇理論，因此由 Marshall 的《經濟學原理》的邊際效用分析法改寫為 Hicks 和 Allen 所鼓吹的序數效用分析法或常常被稱為無異曲線分析法。Samuelson (1948)的知名教科書《經濟學》(*Economics*)中採用無異曲線的分析與圖示來說明消費者的選擇理論，對 Slutsky-Hicks-Allen 的序數效用的個體選擇理論的普及化，可能發揮了相當關鍵的推波助瀾的作用。

因為消費者理論的分析架構，是經濟學個體選擇理論最基本的分析架構，所以 Hicks and Allen (1934)與 Hicks (1939)所鼓吹的序數效用革命影響非常深遠。正如一本知名的現代個體教科書，Jehle and Reny (2011, p.4-5) 的《高等個體經濟理論》(*Advanced Microeconomic Theory*)，於其第一章第一段中所說：

在本書的前兩章，我們將探索現代消費理論的基本特徵——這是建構很多經濟理論時的基礎性的基石。在你以後的經濟學學習中，有一天你會開始注意到這項理論在經濟學家的思維方

the Hands-Mirowski narrative, see Hurwicz 1998, Hammond 2005.

⁴⁶ Wallis and Friedman (1942, 175) advance two separate theses: (1) “The difficulties and contradictions encountered [in deriving indifference functions empirically] are . . . shown to be inherent in the logical structure of the theory”; and (2) “For empirical investigations of consumer expenditures an alternative theoretical framework is required.”

式中扮演著多麼中心的角色。一次又一次，你會聽到幾乎這門學科中的每一個分支—它是如何被構思，它是如何被構建，以及它是如何被應用—都是呼應著此消費者理論。⁴⁷

正如物理學家 Feynman (1967)在《物理之美》(*The Character of Physical Law*)書中所說的：「大自然用最長的線去編織她的圖樣，所以每一小片的織紋，都吐露出整塊織錦的組織規律。」在經濟學眾多的個體選擇理論裡都吐露出預算限制下極大化總效用模型的「無異曲線分析法」的片片織紋。

7 Pareto 的兩大公設與序數效用理論革命

雖然 Hicks 和 Allen 對極大化序數效用理論或無異曲線分析法的開發與推廣工作居功至偉，但揭開序數效用理論革命序幕而導致後來現代個體選擇理論誕生的經濟學家是 Pareto，他在構建效用函數為人類選擇的指數時採取兩種基本公設。⁴⁸第一個公設(公設 1)是，雖然效用是不可測量的，但是，個人是能夠知道從一個商品組合導出的效用是否大於、等於、或小於從另一商品組合所導出的效用。或者，把它詮釋成選擇行為的術語：假設個人總是知道他是否**偏好**(*prefer*)某一商品組合的程度超過另一商品組合，或者他是否是在兩種組合之間是無差異的。第二個公設(公設 2)是，個人也知道從一個商品組合移轉或變換到另一個商品組合的效用變化是否大於、等於、或小於從另一個商品組合過渡到第三個商品組合時的效用變化。這意味著，如果該個體有機會面對無論是從商品中的一個組合過渡到另一個，或從該另一組合過渡到第三個組合的可能性時，他能夠判斷哪一個過渡會帶給他較大的效用。依據 Lange (1934)的看法，在構建效用函數時，可以同時採用兩個公設或單獨採用第一個公設。

所謂序數效用概念的「**第一個假設**」或「**出發點**」或「**最基本的主張**」，就是經濟個體有能力對不同的選項組合的偏好或效用進行排序。換句話說，Hicks and Allen (1934)與 Hicks (1939)在建構效用理論時只採用 Pareto 的公設 1。基於兩項原因，他們認為要建構需求理論，只需要用到公設 1 而不需要用到公設 2。例

⁴⁷ In the first two chapters of this volume, we will explore the essential features of modern consumer theory — a bedrock foundation on which so many theoretical structures in economics are built. Sometime later in your study of economics, you will begin to notice just how central this theory is to the economist's way of thinking. Time and time again you will hear the echoes of consumer theory in virtually every branch of the discipline — how it is conceived, how it is constructed, and how it is applied.

⁴⁸ 見 *Manuel*, pp. 264-5.

如，Allen (1935)在討論「效用函數的可確定性」(The determinateness of the utility function)問題時，所寫的文章〈關於效用函數的可確定性的一項註記〉(A Note on the Determinateness of the Utility Function)中就指出這兩項原因分別是：第一，公設 1 是可觀察且可實證的假設，而公設 2 需要依靠心理的內省；其次，建構需求理論只要用到公設 1，公設 2 是多餘的可有可無的。⁴⁹

Hicks and Allen (1934)與 Hicks (1939)以序數效用為根基重建經濟理論的主張的影響廣泛且深遠，Samuelson (1974)在其所發表的一篇探討關於「互補性」論文的標題就刻意命名為〈互補性：關於希克斯-艾倫需求理論革命 40 週年的論文〉(Complementarity: An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory)。在此我們提到 Samuelson 此文標題的目的僅是要強調，Samuelson 利用此標題定位或推崇 Hicks and Allen (1934)的論文所造成的重大影響是一場革命(the Hicks-Allen Revolution)。

前中央研究院經濟所所長刑慕寰(1967)教授於翻譯《價值與資本》一書的〈譯序〉中，就高度地推崇 Hicks 此書所造成的宏大貢獻，他也推崇 Hicks 和 Allen 所提出的需求理論的重建理論是一種革命性的成功理論：

這裡翻譯的《價值與資本》是 Marshall 的《經濟學原理》以後最重要的少數基本著作之一；它對經濟理論的貢獻，Hicks 本人在〈導論〉中已有明白交代。我們在這裡所要強調的，是它對當代經濟思潮發生的深遠影響。Hicks 的同輩或後輩經濟學家，不一定都同意他在《價值與資本》裡面所提出的概念和所應用的分析方法；但是沒有人能夠否認，自《價值與資本》出版以後，大多數經濟學家已不再迷戀於狹窄的 Marshall 式局部均衡分析，或空泛的 Walras 式全面均衡分析；特別顯著的是，一般經濟學教科書裡面討論需求理論時已不再以各種貨品對消費者的效用是可以衡量的假定為出發點，而改以各種貨品對消費者的效用是可以比較的假定為出發點。這種革命性的成功，說明《價值與資本》的不朽意義…

⁴⁹ 當時大部分參與辯論的經濟學家似乎都支持此論述，連支持公設 2 的 Lange (1934)都採取相同的立場，Lange 支持公設 2 的原因只是因為公設 2 在進行福利分析時是有用的。關於需求理論建構所需的公設，他的看法則與 Hicks 和 Allen 的立場一致。

8 序數效用理論的重大爭議

雖然序數效用革命的影響既深且廣，但是序數(總)效用的革命並沒有為經濟理論帶來完美的結局。事實上，在序數(總)效用的概念下，可以用來表述同一偏好關係的總效用函數有無窮多種，並且其中任何一種在經過任何正向單調轉換後的函數也可以表述同一偏好關係。這些同樣合格的效用函數有些對應的二次微分項為正、有些為負、有些為零。從而為堅持序數效用的理念，必須放棄建立在總效用函數的二次微分項的正負符號上的任何經濟概念，不論這些經濟概念在生活常識上多麼合理與在經濟理論上被採用的歷史有多麼的長久，都必須加以捨棄。否則我們就不能宣稱所有經過單調轉換前後的效用函數都可以表示相同的偏好，也就是必須放棄序數效用的概念。⁵⁰這些必須被拋棄的概念最知名與最常被討論的包含以下兩項：常識性的邊際效用遞減法則與 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的替代品與互補品的定義。⁵¹

為了說明這一點，我先以 Samuelson (1938)所採用的方式，來簡單地說明是在什麼條件之下，我們可以利用效用數字指數合理地描述一種偏好次序的分類。⁵²緊接著，再說明在序數(總)效用的概念下，為何相同偏好所對應的不同總效用函數的二次微分項的正負符號可能有所差異，即為何相同偏好所對應的邊際效用變化率的符號可為正、可為負、也可為零，從而必須放棄建立在總效用函數二次微分項的正負符號上的任何經濟概念的癥結。

考慮一個由商品組合所構成的集合，使得其中任何兩個商品組合，A 和 B，可以被放歸類於以下三個互相排斥的類別之一：

- (a) 對 A 的「偏好」超過 B。
- (b) 對 B 的「偏好」超過 A。
- (c) 對 A 的「偏好」相同於 B。

⁵⁰ Hicks 和 Allen 此時的思維方式，以及其跟隨者的思維方式，就是與此理論特性不符合的概念全都是錯誤的，即使這些概念是非常符合常識性的日常生活經驗。

⁵¹ 在前文中我們介紹 Hicks 和 Allen 對較舊的替代與互補定義為 Edgeworth-Pareto 的定義，這是因為 Hicks 和 Allen 認為此定義是由 Edgeworth 和 Pareto 率先採用。但是，事實上，此定義是由 Auspitz 和 Lieben 最先提出，此點可見 Stigler (1950)的長文。也因為如此，在介紹過 Hicks 和 Allen 的文章後，我們將採用較正確的稱呼為「Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的替代品與互補品的定義」。

⁵² 嚴謹的證明可參考，Debreu (1956, 1964)其他數理經濟學家的證明、以及一些高等個體教科書，如 Mas-Colell *et al.* (1995)、以及 Jehle and Reny (2011)等。

這意味著偏好具有「完整性」(completeness)的性質。接著，假設下列的「遞移性」(transitivity)條件也會成立：

(1) 對 A 的偏好相同於 B ，並且對 B 的偏好相同於 C ，一定隱含對 A 的偏好相同於 C 。

(2) 對 A 的偏好不是超過 B 就是相同於 B ，並且對 B 的偏好超過 C ，一定隱含對 A 的偏好超過 C 。

在「完整性」(completeness)與「遞移性」(transitivity)的條件成立之下，我們可以建立一個效用數字指數， N ，對應於每一個商品組合，使得

$$(1) \quad N(A) \succeq N(B)$$

此式中大於、小於、等於的符號分別對應於偏好排序的類別(a)、(b)和(c)。請注意 $F = F(N)$ 亦可作為一個可以發揮相同作用的指數，只要

$$[F(N_2) - F(N_1)](N_2 - N_1) > 0$$

為方便起見，Samuelson 說，我們可以將效用函數視為連續且可微分的函數，如

$$(2) \quad U = U(x, y, \dots)$$

其中， x, y, \dots 是表示商品組合 A, B, \dots 中的商品類別 X, Y, \dots 各自的商品數量。

接著 Samuelson 解釋說，在效用函數視為連續且可微分的函數的情況下，以下的式子也可以扮演同樣的效用指數的角色，

$$(3) \quad V(x, y) = F(U(x, y)); \quad F' > 0, F'' \leq 0$$

這表示原先的總效用函數 $U(x, y)$ 經過正向單調轉換後所得到的新的總效用函數 $V(x, y)$ ，正向單調轉換的特性反應在轉換函數 $F(U)$ 的一階導數是正值 $F'(U) > 0$ 的特性上。

此時 $U(x, y)$ 與 $V(x, y)$ 代表相同的偏好，因為單調正向轉換前後的總效用數列數據的大小次序相同。因此，Samuelson (1938) 強調我們有了一個數值表示的效用函數來呈現 Pareto 的公設(1)所意涵的事實，並且這樣的效用函數有無窮多

個。

接著，在此，我們特別要強調或說明的是，對總效用 $U(x, y)$ 進行正向單調轉換使它變成 $V(x, y)$ 之後，會衍生出以下的關係式：

$$(4) \quad V_x = F'U_x, \quad V_y = F'U_y$$

$$(5) \quad V_{xx} = F''U_{xx} + F''U_x U_x, \quad V_{yy} = F''U_{yy} + F''U_y U_y$$

$$(6) \quad V_{xy} = F''U_{xy} + F''U_x U_y, \quad V_{yx} = F''U_{yx} + F''U_y U_x$$

其中 $U_{xy} = U_{yx}$ 與 $V_{xy} = V_{yx}$ 。

因為 $signV_x = signU_x$ 與 $signV_y = signU_y$ ，所以正向單調轉換前後的總效用函數所對應的邊際效用的正負符號相同；但是其相對大小無法確定，即 $V_x \geq U_x$ 與 $V_y \geq U_y$ 都可能成立，所以正向單調轉換前後的邊際效用數值大小可能不相同，這表示邊際效用在序數效用分析法中，只有正負符號有意義，而其數值大小沒有意義。另外，更重要的是，因為 $F'' \geq 0$ 皆可，所以我們可以獲得 $signV_{xx} \neq signU_{xx}$ 、 $signV_{yy} \neq signU_{yy}$ 、 $signV_{xy} \neq signU_{xy}$ 、 $signV_{yx} \neq signU_{yx}$ 的結果，即正向單調轉換前後的總效用函數所對應的純粹二階導數 U_{xx} 與 V_{xx} (以及 U_{yy} 與 V_{yy}) 的數值正負符號可能不同，並且交叉二階導數 $U_{xy} (= U_{yx})$ 與 $V_{xy} (= V_{yx})$ 的數值正負符號也可能不同；因此必須放棄總效用的二次微分項數值正負所描述的直接與間接衍生的經濟意義，如邊際效用遞減原則以及以總效用的交叉微分項正負為基準的互補性與替代性定義。

方程式(6)在序數效用革命發展史中扮演著非常重要的角色，就我對文獻的追蹤與了解，這方程式首次是出現在 Allen (1934, *Econometrica*) 的文章中，然後又先後兩次出現在 Hicks and Allen (1934, *Economica*) 分成上下兩集的長文之中。Hicks and Allen (1934) 文章中的第一部分由 Hicks 所執筆，是他們理論的文字說明；第二部分由 Allen 主筆，是他們理論的數學推導。在 Hicks 所執筆的文字說明部分，Hicks 極力避免使用任何數學方程式來進行分析與討論，在此文字風格的文章中唯一出現的而且是刻意安排出現於註腳中的方程式，就是(6)式的這條二次交叉微分項的方程式。在後續的一些文章中，如 Bernardelli (1938)、Samuelson (1939, 1946)、Bernardelli (1952)、Lancaster (1953)、Silberberg (1978)……等文章或

書籍中，也屢次出現此方程式。

面對在序數總效用的概念與總效用二次微分項符號的經濟意義不能並存的僵局。在一般經濟學家看來只有兩條路可以走，兩條互相排斥而各有利弊的道路。就 Allen 和 Hicks 首先關注的互補性定義的爭議來說，一條道路是放棄新發展的正常的效用數值只能排序的偏好理論，而同時繼續保留舊的常識性的以邊際效用的變化方向來定義替代互補品的概念；另一條完全相反的道路則是堅持新的較合理的效用數值只能排序的偏好理論，而放棄使用歷史較久的常識性的以交叉邊際效用的變化方向來定義替代互補品的概念。面對這種利弊互見而進退兩難的困境，只能從中擇一而行。

這正如 Bernardelli (1952)所強調的：

但這個認知或認同導致了一個非常尷尬的兩難困境。效用僅可以以內含程度或強度的性質進入經濟學的方程式，如果 U 是效用的一個序數指標，那麼 U 的任何單調轉換將必須擁有相同的權利作為另一個(相同的)指標。但是，當我們選擇任意一個函數 $F(u)$ ，它只受到條件 $F' > 0$ 的限制，接著我們會發現…二階導數在轉換後，不一定能給出相同的方向(符號)。實際上，關係式…一般而言只有當 $F'' = 0$ 時才會同時存在。但是， F 的選擇受到這樣一個嚴格的限制會使得效用的序數性質當然變得毫無意義。如果這種限制是有效的，我們其實應該就會擁有一個可以基數測量的效用。因此，藉由識別效用與其對應的函數 U 為同一個東西，所導致的明顯後果是，要不是說當我們在傳統意義上談到遞減的邊際效用和互補性時是在胡謔，就是說我們(非法地)假設效用具備一個基數的衡量方式。乍看之下(Prima facie)這種脫節不是很合理的。⁵³

⁵³ But this identification leads to a very awkward dilemma. Utilities can enter into the equations of economics only as *intensive* magnitudes, and if U were an ordinal index of utility, then any monotonic transform of U would have the same right to serve as an index. But when we select arbitrarily a function $F(u)$, subject merely to the condition $F' > 0$, we find that only the relations (2) remain undisturbed. The second order derivatives in (3) and (4) will, after transformation, not necessarily give the same indication. In fact the relations $\partial^2 U / \partial \xi^2 < 0$ and $F'(\partial^2 U / \partial \xi^2) + F''(\partial U / \partial \xi)^2 < 0$, etc., will generally be co-existent only when $F'' = 0$. But such a severe restriction on the choice of F would make nonsense, of course, of the ordinal nature of utility. If this restriction were valid, we should in fact be in possession of a cardinal measure. Thus, by

對於序數效用理論主要的建構者與推廣者英國經濟學家 Hicks 來說，放棄序數效用理論等同於要接受效用是可衡量的概念，Hicks 強烈主張效用是不可衡量的，效用可衡量是最不能妥協也是最不能接受的概念，是效用理論當時最需要突破的關鍵點。在意圖邁進或走上建構一套具有合理的效用(不可衡量)概念的消費者選擇理論的大道上時，套用 Hicks (1956)在《需求理論之修正》(*A Revision of Demand Theory*)一書中第一章結尾時所說的一句話：「有一個惡魔(一隻惡龍)擋在路口必須優先將牠驅離往前邁進的大道——牠就是效用可以衡量的老難題」(There is a dragon waiting at the door who must first be cleared out of the way. It is old crux of the measurability of utility.)。換句話說，由理論建構的理念角度來看，Hicks 認為效用可以衡量的概念是「惡魔」，是一定得先除之而後快的最主要的敵人；所以 Hicks 在兩害相權取其輕的考量下，走上一條放棄常識性的邊際效用遞減法則以及以(交叉)邊際效用的變化方向來定義替代互補品的道路。⁵⁴

套用孟子的話，或許對 Hicks 來說，魚(正常的商品替代與互補的定義)我所欲也，熊掌(效用數值只能排序大小的概念)亦我所欲也。兩者不可兼得，舍魚(正常的商品替代與互補的定義)而取熊掌(效用數值只能排序大小的概念)也。

放棄常識性的以邊際效用變化方向來定義替代互補品的概念，那要怎樣定義替代品與互補品呢？Hicks 和 Allen 只好進一步主張以一種極不自然的方式來定義替代與互補品的概念。簡單的說，Hicks 和 Allen 所提出的其中一種定義，認為要定義兩種商品的替代與互補關係，必須要動用到三種商品的故事場景才能找到出路(我認為在只用兩種商品不能定義替代品與互補品的說法，是相當大膽的想法!)。Hicks 主張當 X 增加使 Y 與 Z (Z 代表所有其他物品的組合物，如貨幣)的邊際替代率(即 Y 與 Z 在同一條無異曲線上的斜率)增加，則 X 與 Y 是互補品；若降低則是替代品。我沒有企圖在此做進一步的詳細說明，但你應該看得出來，魔鬼藏在細節裡，這個定義是一種既奇怪又不自然的定義方式。⁵⁵如前所述，序數效用理論的支持者，同時也是基數效用理論的反對者 Samuelson

identifying utility with the generating function U , the appearance is created that *either* we are talking nonsense when we speak of decreasing marginal utility and of complementarity in the classical sense, *or* that we (illicitly) assume utility to possess a cardinal measure. *Prima facie* this disjunction is not very plausible.

⁵⁴ 改換從現實的角度來思考，如果 Hicks and Allen 接受較早的互補性定義，則沒有他們可以發展出新理論的空間了。

⁵⁵ 他們提出的另一定義是當一種商品的價格上升時，在所得受到補償之下，另一種商品的需求量若增加，則是替代品；若一種商品的需求量減少，則是互補品。

(1974)在 Hicks and Allen (1934)所推動的序數效用革命的巨作發表 40 年之後，還是對 Hicks and Allen 的替代互補性定義深感不安，而想盡辦法想在序數效用或預期效用理論的新架構下挽回傳統的 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 定義。

或許更傳神的說法是，對 Hicks 來說，效用可衡量性是一個罪大惡極的惡魔，消滅這惡魔是最優先的要務，一項正常的消費者選擇模型中效用不應該是可衡量的，這是個人選擇理論中最不應該妥協的最基本前提。在這項最優先的前提下，自然就會出現「若事實(如正常的替代互補品觀念)與核心理論(序數效用理論)不符，就應該加以拋棄，甚至會主張與理論不符的事實就錯了」的怪異思維方式。

一個例子就出現在 Silberberg (1978)知名的數理經濟學教科書《經濟學的結構：數學分析》(*The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*)中，所呈現的天真說法：

與此類似，經濟學家曾經以邊際效用來定義互補或替代品：兩個商品被稱為互補如果消費更多的其中一種商品會提高另一種商品的邊際效用；反之為替代品。例如，有人認為，一個人增加餅乾(pretzels)數量會提高啤酒的邊際效用，因此啤酒和餅乾是互補的。上面的代數結果說明了為什麼這種推理是錯誤的。(The algebra above shows why this reasoning is fallacious.) 在此定義被考慮的條件是 $\partial U_i / \partial x_j = U_{ij} = U_{ji}$ 。但如果 $U_{ij} > 0$ ，譬如說，某一單調轉換使得 $\partial V_i / \partial x_j = V_{ij} < 0$ ，所以符號與 U_{ij} 相反，並且這還意味著同一可觀察到的行為，總結於需求關係之中。因此，這個定義不能用來分類可觀察到的行為，因此是無用的。(Hence this definition is incapable of categorizing observable behavior and is thus useless.)

體會到單調轉換這一條方程式所傳達的特性，就可以了解為什麼，由 Allen (1934a, *Econometrica*)與 Hicks and Allen (1934, *Economica*)開始，很多經濟學家主張放棄「邊際效用遞減法則」的關鍵原因，這也是在 Varian (1996)知名個體經濟學教科書《中等個體經濟理論》(*Intermediate Microeconomics*)中，「邊際效用遞減」這個字眼不見了的部分原因。⁵⁶這同樣也是在 Jehle and Reny (2011, p.4-5)著

⁵⁶ 在 650 頁的 Varian (1996)的個體經濟學教科書—《中等個體經濟理論》(*Intermediate*
26

名的《高等個體經濟理論》(Advanced Microeconomic Theory)書裡,「邊際效用遞減法則」被論斷為一項負面的落伍概念的緣故。⁵⁷犧牲「邊際效用遞減法則」,放大來說就是必須犧牲掉所有牽涉到總效用二次微分項的相關概念的意思,所以「利用總效用的交叉微分項的正負來定義替代品與互補品的定義」的較早的概念也必須放棄。

必須放棄邊際效用遞減法則與 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的互補品定義,是一項具有重大爭議的做法。很多經濟學家深深以為不可,例如與 Hicks 和 Allen 一同參加 Robins 在倫敦政經學院所舉辦的研討會的同輩經濟學家, Bernardelli (1952)就認為邊際效用遞減原則是他在幼稚園年紀就能了解的經濟學基本原理,因此 Bernardelli (1934, 1938)認為放棄邊際效用遞減等觀念是一種「截肢」(amputation)的不正常手法,是故意砍斷一隻腿以試試看能走得更多的怪異理論,這種做法沒有正當性更不是一項美德。Bernardelli 強調,一項理論容不下這麼正常的邊際效用遞減概念,這不是表示邊際效用遞減的原則是錯的,而是應該說某人的理論是錯的。

十多年後, Bernardelli (1952)在發表於同一期刊上的另一篇論文一開始的引言中,更進一步強烈地批評序數效用分析法是一種安徒生的童書《國王新衣》(*The Emperor's New Clothes*)等級的荒謬理論,暗喻支持的經濟學家不如敢天真且誠實地大聲地喊出:「國王什麼都沒穿」的純真小孩。在 Bernardelli (1952)該論文的結論時,他甚至有感而發地沉痛地呼籲經濟學家:

這是責無旁貸的事,所有那些正忙著編織經濟理論的新衣服的人,應該將他們自己創作的引人入勝的新奇工具放在一旁,並停下來想一想或反省反省,他們正真正正在做什麼事。事實上,所有作者一直硬將經濟學的問題強迫性地塞入偏好尺度

Microeconomics)一書中的索引部分,你可以找到「邊際替代率遞減」(diminishing marginal rate of substitution)的術語,以及「技術替代率遞減」(diminishing technical rate of substitution)的用語,但你不會找到任何一次「邊際效用遞減」(diminishing marginal utility)的用詞。

⁵⁷ 你可以在該書中找到「邊際效用遞減法則」(Principle of Diminishing Marginal Utility)的用語。但作者提到此用語的目的不是為了介紹此概念以供後續的分析之用,而是用來說明為何後續的分析不會使用它。也就是,不是正面性地推崇此概念,而為了負面性地貶抑這個概念。他們說:

...「邊際效用遞減原理」被接受作為一種心理「法則」,需求法則早期的論述是依賴於此法則。這些都是關於人類心智的內部運作非常可怕地強烈的假設。In additional, the 'Principle of Diminishing Marginal Utility' was accepted as a psychological 'law', and early statements of the Law of Demand depended on it. These are awfully strong assumptions about the inner working of human beings.

和邊際替代率的緊身衣中，特別是那些似乎最近因為被啟發而接受這樣的尺度的作者們，都應特此鄭重合法地暫停他們的勞動，直到他們有義務能夠圓滿地回答以下的問題：為什麼任何人都應該被限制去遵守唯有無異曲線的斜率的性質才應該被使用來公式化經濟學法則的幻象的規則(其中似乎沒有什麼權威可言)？⁵⁸

雖然 Bernardelli 極度想要挽救邊際效用遞減等觀念的奮鬥，直到現在還是被定論為功敗垂成的無力反擊，但他的努力至少深刻地反映一些經濟學家對必須放棄常識性的經濟概念的做法深深地不解與強力的反彈，以及想拯救邊際效用遞減的概念所付出的長期不懈的努力。⁵⁹ [全文未完，請看第二部分。]

References

- 林忠正，(2014)，〈什麼是真正的蘋果橘子經濟學？淺談新古典經濟學的消費者選擇理論〉，民報。
- 林忠正，(2015a)，《古典可測量的效用理論的故事》，撰寫中專書。
- 林忠正，(2015b)，《序數效用理論的故事》，撰寫中專書。
- 林忠正，(2015c)，《基數效用理論的故事》，撰寫中專書。
- 林忠正 (2015d)，〈序數與基數效用理論簡史 II：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(2)，研討論文。
- 陳芊蓉、吳程遠譯，(2000)，《物理之美》(*The Character of Physical Law*)，台北：天下文化。
- 邢慕寰譯，(1967)，《價值與資本》(*Value and Capital*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- 邢慕寰譯，(1967)，《需求理論的修正》(*A Revision of Demand Theory*)，台北市：台灣銀行經濟研究室。
- Allen, R.G.D. (1934a) “A Comparison between Different Definitions of Complementary and Competitive Goods,” *Econometrica: Journal of the*

⁵⁸ 英文原文請見本文「引言」中的註腳。

⁵⁹ Rothbard (1956/1997/2002)以提出另一種邊際效用的定義，試圖解決此問題。另外，McCulloch (1977)以商品是為了滿足慾望(wants)，慾望才是直接影響效用的原因的 ordinal marginal utility，企圖提出解決方式。這些作者通常被歸類為奧地利學派。

- Econometric Society*, 2:2, pp. 168-175.
- Allen, R.G.D. (1934b) “Nachfragefunktionen für Güter mit korreliertem Nutzen,” *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 5:4, pp. 486-506.
- Allen, R.G.D. (1935) “A Note on the Determinateness of the Utility Function,” *Review of Economic Studies*, 2, pp. 155–158.
- Allen, R.G.D. (1936) “Professor Slutsky’s Theory of Consumers’ Choice,” *Review of Economic Studies*, 3:2, pp. 120-129.
- Barone, E. (1894) “Sulla Consumer’s Rent,” *Giornale degli Economisti*, 9, pp. 407-435.
- Bernardelli, H. (1934) “Notes on the Determinateness of the Utility Function: II,” *Review of Economic Studies*, 2, pp. 69–75.
- Bernardelli, H. (1938) “The End of the Marginal Utility Theory?,” *Economica*, 5:18, pp. 192-212.
- Bernardelli, H. (1952) “A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility,” *Economica*, 19:75, pp. 254-268.
- Clark, J.B. (1899) *The Distribution of Wealth*, London – New York: Macmillan.
- Cournot, A.A. (1838) *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses par Augustin Cournot*, chez L. Hachette.
- Debreu, G. (1956) “Market Equilibrium,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 42:11, pp. 876.
- Debreu, G. (1964) “Continuity Properties of Paretian Utility,” *International Economic Review*, 5:3, pp. 285-293.
- Dupuit, J. (1844) “On the Measurement of the Utility of Public Works,” *International Economic Papers*, 2:1952, pp. 83-110.
- Edgeworth, F.Y. (1881) *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, London: Kegan Paul.
- Ekelund, R.B., et al. (1972) *The Evolution of Modern Demand Theory*, Lexington: Lexington Books.
- Ellingsen, T. (1994) “Cardinal Utility: a History of Hedonimetry,” In Allais, M., and

- Hagen, O. eds., *Cardinalism*, Vol. 19, pp. 105-165, Springer Science and Business Media.
- Fechner, G.T. (1860) *Elemente der Psychophysik*, Vols. 2, Leipzig: Breitkopf und Härtel (reprint 1964. Amsterdam: Bonset).
- Feynman, R.P. (1967) *The Character of Physical Law*, Vol. 66, MIT Press.
- Fisher, I. (1892) "Mathematical Investigations into the Theory of Value and Price," *Transactions of the Connecticut Academy*, 9.
- Greaves, R.L. (1990) *Civilizations of the World: the Human Adventure*, HarperCollins Publishers.
- Gossen, H.H. (1854) *Entwicklung der gesetze des menschlichen verkehrs, und der daraus fliessenden regeln für menschliche handeln*, F. Vieweg.
- Hammond, J.D. (2005) *Theory and Measurement: Causality Issues in Milton Friedman's Monetary Economics*, Cambridge University Press.
- Hands, D.W. and P. Mirowski (1998) "Harold Hotelling and the Neoclassical Dream," In R. Backhouse, D. Hausman, U. Mäki, and A. Salanti. eds., *Economics and Methodology: Crossing Boundaries*, London: Macmillan.
- Hicks, J.R. (1939) *Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, Oxford: Clarendon Press.
- Hicks, J.R. (1956) *A Revision of Demand Theory*, Oxford: Clarendon Press.
- Hicks, J.R. and R.G.D. Allen (1934) "A Reconsideration of the Theory of Value," *Economica*, NS, 1: 52-76, 196-219.
- High, J. and H. Bloch (1989) "On the History of Ordinal Utility Theory: 1900-1932," *History of Political Economy*, 21, pp. 351-65.
- Hotelling, H. (1932) "Review of Ragnar Frisch's New Methods of Measuring Marginal Utility," *Journal of the American Statistical Association*, 27, pp. 451-52.
- Hotelling, H. (1935) "Demand Functions with Limited Budgets," *Econometrica*, 3, pp. 66-78.
- Hudik, M. (2014) "Reference-Dependence and Marginal Utility: Alt, Samuelson, and Bernardelli," *History of Political Economy*, 46:4, pp. 677-693.

- Hurwicz, L. (1998) “But Who Will Guard the Guardians,” *University of Minnesota Working Paper*, revised for Nobel Lecture in *American Economic Review* (2008) 98:3, pp. 577-585.
- Jehle, G.A. and P.J. Reny (2011) *Advanced Microeconomic Theory*, Pearson Education India.
- Jevons, W.S. (1871) *The Theory of Political Economy*, Macmillan & Co.
- Johnson, W.E. (1913) “The Pure Theory of Utility Curves,” *The Economic Journal*, pp. 483-513.
- Kauder, E. (1953) “Genesis of the Marginal Utility Theory: From Aristotle to the End of the Eighteenth Century,” *The Economic Journal*, pp. 638-650.
- Kauder, E. (1965) *A History of Marginal Utility Theory*, Princeton: Princeton University Press.
- Knight, F.H. (1944) “Realism and Relevance in the Theory of Demand,” *The Journal of Political Economy*, LII: 4, pp. 289-318.
- Lancaster, K. (1953) “A Refutation of Mr. Bernardelli,” *Economica*, 19, pp. 259–262.
- Lange, O. (1934) “The Determinateness of the Utility Function,” *Review of Economic Studies*, 1, pp. 218–25.
- Lenfant, J.S. (2006) “Complementarity and Demand Theory: From the 1920s to the 1940s,” *History of Political Economy*, 38, pp. 48-85.
- Mas-Colell, A., et al. (1995) *Microeconomic Theory*, Vol. 1, New York: Oxford University Press.
- Marshall, A. (1920) *Principles of Economics: An Introductory Volume*, London; New York: Macmillan for the Royal Economic Society.
- McCulloch, J.H. (1977) “The Austrian Theory of the Marginal Use and of Ordinal Marginal Utility,” *Zeitschrift für Nationalökonomie—Journal of Economics*, 37:3-4, pp. 249-80.
- Menger, C. (1871) *Grundsätze der volkswirtschaftslehre*, Vol. 1, W. Braumüller.
- Moscatti, I. (2007) “History of Consumer Demand Theory 1871–1971: A Neo-Kantian Rational Reconstruction,” *European Journal of the History of Economic Thought*,

14, pp. 119–56.

Moscatti, I. (2013a) “How Cardinal Utility Entered Economic Analysis: 1909–1944,” *The European Journal of the History of Economic Thought*, 20:6, pp. 906-939.

Moscatti, I. (2013b) “Were Jevons, Menger and Walras really Cardinalists? On the Notion of Measurement in Utility Theory, Psychology, Mathematics, and Other Disciplines, 1870–1910,” *History of Political Economy*, 45, pp. 373–414.

Pantaleoni, M. (1889) *Principii di economia pura*, Vol. 8, G. Barbèra.

Pantaleoni, M. (1898) *Pure Economics*, London: Macmillan.

Pareto, V. ([1909] 1971) *Manual of Political Economy*, New York: Kelley.

Rothbard, M. (1956) “Toward a Reconstruction of Utility and Welfare Economics,” in Mary Sennholz ed. (Princeton, N.J: D. Van Nostrand, 1956). Reprinted in *The Logic of Action One: Method, Money, and the Austrian School* by Murray N. Rothbard (London: Edward Elgar, 1997, pp. 211-255. Mises.org’s online edition copyright.

Samuelson, P.A. (1938) “The Numerical Representation of Ordered Classifications and the Concept of Utility,” *Review of Economic Studies*, 6, pp. 65–70.

Samuelson P. (1939) “The End of Marginal Utility: A Note on Dr. Bernardelli’s Article,” *Economica*, pp. 86-87.

Samuelson, P.A. (1947/1983) *Foundations of Economic Analysis*, Harvard Economic Studies, Vol. 80, Enlarged Edition.

Samuelson, P.A. (1948) *Economics: An Introductory Analysis*, with William D. Nordhaus (since 1985), 2009, 19th ed., McGraw–Hill.

Samuelson, P.A. (1974) “Complementarity: An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory,” *Journal of Economic Literature*, pp. 1255-1289.

Schultz, H. (1935) “Interrelations of Demand, Price, and Income,” *The Journal of Political Economy*, 43:4, pp. 433-481.

Schultz, H. (1938) *The Theory and Measurement of Demand*, Chicago: University of Chicago Press.

- Silberberg, E. (1978) *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, McGraw-Hill.
- Slutsky, E. (1915) “Sulla teoria del bilancio del consumatore,” *Giornale degli economisti e rivista di statistica*, pp. 1-26.
- Slutsky, E. (1952) “On the Theory of the Budget of the Consumer,” translated by Olga Ragusa. In G. J. Stigler and K. E. Boulding eds., *Readings in Price Theory*, pp. 27–56. Homewood, Ill.: Irwin.
- Stigler, G.J. (1939) “The Limitations of Statistical Demand Curves,” *Journal of the American Statistical Association*, 34:207, pp. 469-481.
- Stigler, G.J. (1950) “The Development of Utility Theory,” *The Journal of Political Economy*, pp. 307- 396.
- Varian. H.R. (1996) *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, W&W Norton.
- von Weizsäcker, R. (1985) “Ansprache in der Gedenkstunde im Plenarsaal des Deutschen Bundestages” am 8. Mai 1985, Presse-und Informationsamt der Bundesregierung (ed) *Erinnerung, Trauer und Versöhnung. Ansprachen und Erklärungen zum vierzigsten Jahrestag des Kriegsendes*, Bonn, 63-82.
- von Wieser, F.F. (1889) *Über die Ursprung und die Hauptgesetze des wirtschaftslichen Werthes*, Wien: Hölder.
- Wallis, W. A., and M. Friedman (1942) “The Empirical Derivation of Indifference Functions,” *Studies in Mathematical Economics and Econometrics in Memory of Henry Schultz*, pp. 175-189.
- Walras, L. (1874) 1954 *Elements of Pure Economics*, Homewood, Ill.: Richard D. Irwin.
- Wicksell, K. ([1892, 1893] 1954) *Value, Capital, and Rent*, translated by S. H. Frowein, London: Allen & Unwin.
- Wicksteed, P.H. (1888) *The Alphabet of Economic Science*, London: Macmillan.