

序數與基數效用理論簡史 II

為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？

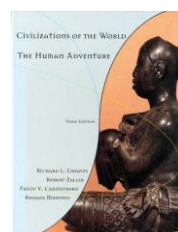
林忠正*

中央研究院經濟所研究員
國立政治大學財政系教授
國立交通大學經營管理研究所教授
台北市南港區(115-41)研究院路 2 段 128 號
中央研究院經濟所
電話: 886-2-2782-2791 轉 507
電子信箱: cclin@econ.sinica.edu.tw

「任何對過去閉上雙眼的人，對現在會是盲目的。」

Anyone who closes his eyes to the past is blind to the present.

--Richard von Weiz



*謝謝林曉珮助理非常有效率的協助，也很謝謝政大財政所江若妘同學的細心校稿。

序數與基數效用理論簡史 II

為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？

【摘要】這篇文章的目的在藉由回顧現代經濟理論所採用的兩種主要效用理論—序數效用理論(the ordinal utility theory)與基數效用理論(the cardinal utility theory)—的簡單發展史，來呈現這兩種效用理論各自的嚴重缺陷，以闡明為何由 Pareto 發動而由 Hicks 和 Allen 發揚光大的序數效用革命尚未成功，並使得現代經濟理論陷入一個非常尷尬的兩難困境之中。一是勉強地採取序數效用理論的觀點，此時效用具有只能排序大小的優點，而沒有效用變成像長度一樣是可以衡量的缺點，但必須放棄一些被廣泛接受的邊際效用遞減等觀念以及建構在其上的相關古典理論，一些經濟學家批評這是一種主張「截肢」或「將邊際效用的純真嬰兒與基數的骯髒洗澡水一起倒掉」的怪異理論；二是無奈地採取基數效用理論的觀點，此時可以保留被廣泛接受的邊際效用遞減等觀念與建構其上的對應的相關古典理論，但必須在先驗假設上接受一種「無限地不可能的」(infinitely improbable)效用概念，在後果上接受效用像長度一樣是可以衡量的非常強烈概念，而基本上走回古典效用理論效用可衡量的老路。這兩條理論道路都是有很大缺失的理論大道。經濟學發展迄今，雖然一些頂尖經濟學家竭盡所能，但還沒能發展出更好的效用理論，可以走出這個兩難困境。如何尋覓一套有兩種主要效用理論優點而無其缺點的兩全其美的新效用理論，一種能容許邊際效用遞減等概念的序數效用理論，「至今還是經濟學最令人費解的謎團之一」。最後，本文說明林忠正等人所提議的一個新的能擁有這兩種效用理論優點而無其缺點的新效用理論的可能切入方向。因為效用理論是經濟理論的基礎理論，尋找最佳的效用理論有助於建構更好的新的整套經濟理論。(這整篇文章因篇幅的關係分成兩部分，這是第二部分的内容。)

JEL 分類: B120, B130, B210, D010

【引言】

舊的(互補性)定義有一個完美的簡單的心理意義。當它似乎不適合數學效用分析的傳統分析工具時，不是貿然得出結論認為它是「毫無意義」(senseless)，反而應該已經得出結論，指出某人的方法是錯的。¹

Bernardelli (1938)

在 20 世紀 30 年代初由 Hicks 和 Allen 所領導的序數效用主義者的叛軍，覺得有必要推翻邊際效用本身以及可測量性的概念。他們，如此的作為，等於是將效用的嬰兒與基數的洗澡水一起倒掉。²

Rothbard (1956, p.10)

科學不僅僅是要創造，而且還要保存，並且最可靠保證的進步在於思想具有連續性的清晰可辨路線。必須沒有武斷的和人為的革命。如果變化可以無緣無故地被引入，科學的真理只能無望地自首或屈服於流行的幻想。公眾有權利知道為什麼在過去二十多年裡經濟學的語言已經被改得面目全非(變得無法辨認)，為什麼曾經是教科書的支點或軸心的光亮耀眼的真理已經被拋棄，為什麼再也聽不到主觀價值理論的創造者認為給予他們很大啟示的邊際效用概念，為什麼簡單的互補性商品像麵包和奶油，現今要求第三個維度(存在第三種物品才能加以定義)，為什麼價值理論整體確實已經變形為數學抽象的混亂，混亂似乎以巴洛克式的繁榮逐日增加，並且正迅速成為課堂上的噩夢。

如果所需要的解釋不能到位，大眾有權利恢復到那些簡單的、清晰的和有效的價值理論的公式，這些公式可以在古典的論文中發現，而這些論文可被賦予——不是不相稱的——的標題：政治經濟學的常識(The Common

¹ This result should not come as a surprise; the old definition had a perfectly straightforward psychological meaning. Instead of rashly concluding that it was “senseless” when it did not seem to fit into the traditional apparatus of mathematical utility analysis one rather should have concluded that one's methods were at fault.

² The ordinalist rebels, led by Hicks and Allen in the early 1930s, felt it necessary to overthrow the very concept of marginal utility along with measurability. In doing so, they threw out the Utility baby with Cardinal bathwater.

Sense of Political Economy.)。³

Bernardelli (1952)

最近試圖構建…的消費理論是否會導致重新引入邊際效用於消費行為的分析之中…。截至今天，這個問題仍然是處於等待解答的狀態。⁴

Hudík (2014, p.690)

我自己一直批評了四十年了。

Herbert Simon (1997a)

我們目前的經濟理論，並非早就注定的。假若幾年前，經濟學在關鍵的岔點上，選擇了另一個轉折，那我們今天有可能就會鼓吹不同的經濟理論。

Mark Blaug (2001)

自然應該會痛恨真空，展示一項理論在實證經驗上是虛假的，正如經濟選擇的標準理論非常肯定是虛假的，似乎留下一大片(理論的)真空。有什麼可以用來填補呢？⁵

Herbert Simon (1989)

³ Science has not only to create, but also to preserve, and the surest guarantee of progress lies in a clearly discernible line of continuity of thought. There must be no arbitrary and artificial revolutions. The truth of science would be hopelessly surrendered to the whims of fashion, if changes could be introduced without rhyme or reason. The public has a right to know why in the last twenty years the language of economics has been changed beyond recognition, why illuminating truths which were once the pivots of the textbooks have been abandoned, why no more is heard of marginal utility which the creators of the subjective theory of value considered as their great revelation, why simple complementarity of goods like bread and butter requires nowadays excursions into third dimensions, why indeed the whole theory of value has been transmogrified into a tangle of mathematical abstractions which day by day seem to increase in baroque exuberance, and which are rapidly becoming the nightmare of the classroom.

Should the required explanation not be forthcoming, the public has the right to revert without further ado to those simple, clear and valid formulations of the theory of value which are to be found e.g. in that classic treatise bearing —not undeservedly—the title: The Common Sense of Political Economy.

⁴ ...the question whether recent attempts to construct reference-dependent consumer theory will lead to a reintroduction of marginal utility into analyses of consumer behavior, perhaps along the lines suggested by Bernardelli. As of today, this question still open.

⁵ Nature is supposed to abhor vacuums, and the demonstration that a theory is empirically false, as the standard theory of economic choice most certainly is, appears to leave a large vacuum. Is there anything to fill it?

你不能憑空擊敗某項東西(理論)，直到新的理論到位否則沒有理由放棄新古典理論。(You cannot beat something with nothing. There is no reason to abandon the (new) classical theory until a new theory is in place.)

著名的經濟史學家 Mark Blaug (1992)

…放寬這些假設是困難的，通常涉及更複雜的理論表述、更先進的數學和比較複雜的計算…任何試圖如此做的作為是會受到歡迎的…我們可以懷疑新古典經濟學的批評者並沒有提出可以用當前可得的最好量化技術來加以實證測試的特定明確的替代假說。

Solow (2001) 《世界報》

證明這些臆測之所以重要，是因為要證明這些臆測之前，得先證出其他更大更深的定理，那是個浩大的工程。如果只是很投機取巧地證明，沒有建立任何新的學說，不太可能獲得人家認同。基本的假設是，如果要證出像費馬定理這類重量級的東西，就不得不發展出一套全新的數學支派不可。但如果只是玩弄技巧，寫下眾人常忽略的一兩行的式子，就可以得證的，此時，別人可能會恭維幾句：「天啊！你真聰明！」之類的話；不過真的算不上什麼偉大的成就。

Bell (1998)的《大數學家》(*Men of Mathematics*)

這似乎真的是很奇怪的，經濟學家並沒有投入更多的時間來關注一項主題，這一主題無疑是提供經濟學問題的謎題的真正的關鍵鑰匙…。⁶

Jevons(間接引用自 Allais (1993))

就像其他早期邊際主義者一樣，Jevons (1871, 61-68) 假定每種商品的邊際效用終將下降。Jevons 的經濟理論顯著地依賴這一假設，但這並不意味著他的推理是建立在總效用是可以區段衡量的或基數效用分析的概念上。事實上，對於他來說，邊際效用，而不是總效用，才是「轉動整個經濟理論」的關鍵概念(61-62)。

⁶ It seems strange indeed that economists have not bestowed more minute attention on a subject which doubtless furnishes the true key to the problem of economics....

邊際效用決定了商品如何於不同的用途之間進行分配、商品之間的交換法則、以及勞動的報酬。總效用在經濟上重要性是居於次要的地位的，並且通常，它比邊際效用更難以評估（61）。

Moscatti (2013)

任何對過去閉上雙眼的人，對現在會是盲目的。
(Anyone who closes his eyes to the past is blind to the present.)

Richard von Weiz (1985)

就如發現槓桿原理的阿基米德(Archimedes)曾興奮地說：「給我一個支點，我就能支撐起整個地球」。或許，我們可以樂觀地期待說：「給我一套新的效用理論，我將重建整套經濟理論」。

9 基數效用理論走向效用可衡量的老路

對序數效用理論的反對意見，促成了基數效用理論的發展。所謂基數效用的「第一個與第二個假設」或「出發點」或「最基本的主張」有兩項：第一項假設強調，個人有能力對不同選項組合進行偏好或效用排序（如序數效用理論），除此之外，第二項假設宣稱，個人還有能力對任何兩個選項組合的變化或移轉進行偏好或效用排序。也就是說，基數效用理論同時採用了 Pareto 關於人們偏好排序能力的兩個公設。⁷

雖然藉由引入人們有能力對任何兩個選項組合的變化進行偏好排序的 Pareto 的公設 2，再加上其他假設(後詳)，基數效用理論可拯救常識性的邊際效用遞減法則與 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的替代品與互補品的定義，但是基數(總)效用的概念也沒有為經濟理論帶來完美的結局，因為基數效用理論也為此付出了巨大的讓很多經濟學家無法接受的代價。

在 1930 年代，主要在倫敦政經學院所發行的知名期刊《經濟研究期刊》(*Review of Economic Study*)中，紀錄了一場關於〈效用函數的可確定性〉(The

⁷ 基數效用現在的標準定義是在線性轉換後是唯一的效用函數，但不少人將不是序數效用的效用可衡量概念就稱為基數效用。

determinateness of the utility function)的辯論，Lange (1934a)率先提出一項證明強調在基數效用理論之下，也就是在 Pareto 公設 1 加上公設 2 的聯合作用之下，描述特定偏好關係所對應的總效用函數只能進行正向線性轉換。⁸Lange (1934a)指出同時採取 Pareto 的兩項公設時，效用概念此時出乎意料之外地變成效用是可衡量的概念(可以主張任意兩個效用差值之間的倍數關係)，他並強調這是以前的經濟學家如 Amoroso (1921)、Bowley (1924)以及洛桑學派的學者都不知道的事情。

雖然，緊接著，Phelps Brown (1934)指出，Lange (1934a)錯誤詮釋 Pareto 第 2 個公設的意義。也就是，將個人有能力對任何兩個選項組合的移轉進行排序，Lange 直接詮釋為個人有能力對任何兩個選項組合的「效用差值」(utility difference)進行排序，因而應用了太強的假設。換句話說，Lange 將任何兩個選項組合變化的效用直接假設剛好等於這兩個選項組合各自的總效用的差值，才因此獲得只能進行正向線性轉換的效用可衡量的特性。因此 Phelps Brown (1934)強調說，Pareto 的兩個公設並不隱含效用是可衡量的概念。後來 Alt (1936)、Samuelson (1938)也分別以不同方式，證明 Lange 的確是過度膨脹了 Pareto 公設 2 的意義。公設 1 與公設 2，他們指出必須再加上其他條件(如後來 Veronika Köbberling (2006)所稱的「串聯性條件或公設(the concatenation condition)」)，⁹才會獲得描述特定偏好所對應的總效用函數只能進行正向線性轉換的基數效用的結論。

隔年加入論戰的 Allen (1935)，非常深刻且清楚地指出，正向線性轉換就是公分與公尺等長度概念所具有的基本性質。這表示個人有能力分辨任何兩個效用差異(類似長度)的比例，因此效用此時變成是一種相當強烈的可衡量概念。而 Samuelson (1938)也認為在真實人生中構成基數效用所需添加的假設出現的機率幾乎為零，因此稱構成只能進行正向線性轉換的基數效用理論的這項條件在真實世界中出現的機率是「無限地不可能的」(infinitely improbable)。但依據 Hudík (2014, p.688)的研究，他發現這篇文章很少被注意到，更有趣的是，他指出在 JSTOR 和 Google Scholar 的資料庫中，至少有八篇文章錯誤地引用 Samuelson (1938)的文章，錯誤地認為這是一篇屬於研究顯示性偏好理論的論文。

10 Samuelson 對基數效用「無限地不可能的」的評論

接著，我們再次借用 Samuelson (1938)的文章，說明要構成 Lange 所稱的線

⁸ Lange (1934b)以均值定理提出另一種不同方式的證明。

⁹ 此條件出現在下文的式(15)中。

性轉換關係要成立時所需的額外條件是什麼。

Samuelson 指出，Lange 博士已經證明的是下面比較沒有意思的定理：給定任何數字變數 ϕ 和一個新的變數 F ， F 被定義為 ϕ 的一個單調函數(a monotonic function)，

$$(7) \quad F = F(\phi), \quad F'(\phi) > 0$$

這兩種變數各自的(兩個效用)差異的排序將會相同，若且惟若 F 是 ϕ 的線性轉換。

上述的命題可以換一個表述方式。給定 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 、 ϕ_4 ，以及對應的 $F(\phi_1)$ 、 $F(\phi_2)$ 、 $F(\phi_3)$ 、 $F(\phi_4)$ ，下列條件將會成立

$$(8) \quad F(\phi_4) - F(\phi_3) \underset{\geq}{\underset{\leq}} F(\phi_2) - F(\phi_1), \quad \text{當 } \phi_4 - \phi_3 \underset{\geq}{\underset{\leq}} \phi_2 - \phi_1$$

若且惟若，

$$(9) \quad F = a + b\phi, \quad a > 0$$

其中 a 和 b 都是常數。

這證明相當簡單。以式(8)的一個特例來說

$$(10) \quad F(\phi_2 + t) - F(\phi_1 + t) \equiv F(\phi_2) - F(\phi_1) \quad \text{或} \\ [F(\phi_2 + t) - F(\phi_2)] - [F(\phi_1 + t) - F(\phi_1)] \equiv 0$$

其中 ϕ_2 、 ϕ_1 、以及 t 可以是任意的數值。可以運用積分的概念將上式改寫成

$$(11) \quad \int_{\phi_1}^{\phi_2} [F'(\phi + t) - F'(\phi)] d\phi \equiv 0 \equiv \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_0^t F''(\phi + t) dt d\phi$$

為了積分符號消失，要求

$$(12) \quad F''(\phi) \equiv 0$$

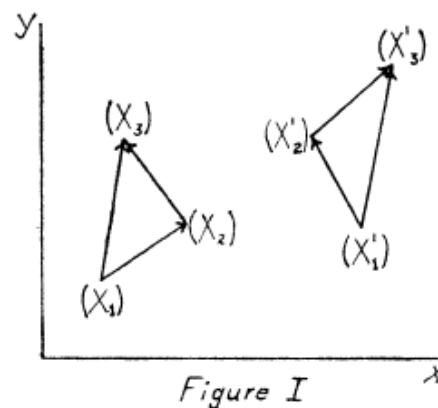
因此，

$$(13) \quad F = a + b\phi$$

Samuelson (1938)因此指出，Lange 博士的證明等於是說，如果兩個效用指數的差異性超過線性轉換所帶來的差異性，則它們的差異，不能以公設 2 所要求的

偏好次序的數字來加以表示。但 Lange 並沒有證明或申論是否存在這樣的函數，其效用指數可以滿足正向線性轉換的要求。事實上，Samuelson (1938)說我們可以證明，在一般的情況下，這樣的效用指數是不存在的。

從而，Samuelson (1938)提問說：是在什麼條件之下，第二類中的一個指數可以被寫成 Lange 博士所建議的形式；即，由於在每個移轉的效用恰好為其結束點和初始點所對應的第一類指數之間的差值？也就是，在什麼時候至少有一個第二類型的基數指數能夠表示成以下的形式



$$(14) \quad G(X_1, X_2) = \phi(X_2) - \phi(X_1)?$$

Samuelson (1938)指出，應該注意到的是，Lange 博士，從一開始就隱含地採取此假設。也就是，個人是依據每次移轉所牽涉到的「總效用」的差異來進行對商品組合移轉的偏好排序。

Samuelson (1938)進一步指出，實際上，我們可以證明，式(14)的一種可能的等價的表示方式，是，若且惟若，存在一個第二類型的基數指數使得以下的函數等式可以成立：

$$(15) \quad G(X_1, X_2) + G(X_2, X_3) = G(X_1, X_3)$$

這是為什麼呢？Samuelson 以圖 1 中的一個三角形的向量來表示，對應於 (X_1, X_2) 、 (X_2, X_3) 和 (X_1, X_3) 三個移轉之間的關係。在其中一種特殊的情況下，我們有，

$$(16) \quad G(X, X) + G(X, X) \equiv G(X, X)$$

因此，

$$(17) \quad G(X, X) \equiv 0$$

即從一個點到其本身的「距離」是零。

同樣的

$$(18) \quad G(X_1, X_2) + G(X_2, X_1) \equiv G(X_1, X_1) \equiv 0$$

或

$$(19) \quad G(X_1, X_2) \equiv -G(X_2, X_1)$$

從 X_1 到 X_2 的「距離」與從 X_2 到 X_1 的「距離」，大小相等，但符號相反。

詳細寫出 (14') 和 (15') 的內容，從而可明確地引入考慮所有消費商品的變數，我們因此有

$$(14') \quad G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) = \phi(x_2, y_2, z_2, \dots) - \phi(x_1, y_1, z_1, \dots)$$

並且

$$(15') \quad G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) + G(x_2, y_2, z_2, \dots; x_3, y_3, z_3, \dots) \\ \equiv G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_3, y_3, z_3, \dots)$$

Samuelson (1938) 指出，關係式(14')可以很容易地由式(15')推斷出。他所提供的證明如下：

對式(15')分別進行對 x_1, y_1, z_1, \dots 的偏微分，可得到

$$(20) \quad \frac{\partial}{\partial x_1} G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) \equiv \frac{\partial}{\partial x_1} G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_3, y_3, z_3, \dots) \\ \frac{\partial}{\partial y_1} G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) \equiv \frac{\partial}{\partial y_1} G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_3, y_3, z_3, \dots) \\ \frac{\partial}{\partial z_1} G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) \equiv \frac{\partial}{\partial z_1} G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_3, y_3, z_3, \dots)$$

這些方程式左側的數字是在點 (X_1, X_2) 上作評價的；那些在右側的是以點 (X_1, X_3) 進行評價的。因此，這些偏導數相對於 (x_2, y_2, z_2, \dots) 必須是常數；即

$$(21) \quad \frac{\partial^2 G}{\partial x_2 \partial x_1} = \frac{\partial^2 G}{\partial y_2 \partial x_1} = \frac{\partial^2 G}{\partial z_2 \partial x_1} = \dots = 0 \\ \frac{\partial^2 G}{\partial x_2 \partial y_1} = \frac{\partial^2 G}{\partial y_2 \partial y_1} = \frac{\partial^2 G}{\partial z_2 \partial y_1} = \dots = 0 \\ \frac{\partial^2 G}{\partial x_2 \partial z_1} = \frac{\partial^2 G}{\partial y_2 \partial z_1} = \frac{\partial^2 G}{\partial z_2 \partial z_1} = \dots = 0$$

(21)式中的方程式的最一般化的解可以寫成以下的形式

$$(22) \quad G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) = \theta(x_2, y_2, z_2, \dots) + \phi(x_1, y_1, z_1, \dots)$$

其中 θ 與 φ 可以是任意的函數。但由式(17)可得

$$\begin{aligned} & G(x, y, z, \dots; x, y, z, \dots) \equiv 0 \\ (23) \quad & \text{或 } \theta(x, y, z, \dots) + \varphi(x, y, z, \dots) \equiv 0 \\ & \text{或 } \varphi = -\theta, \end{aligned}$$

因此，我們的解是

$$(24) \quad G(x_1, y_1, z_1, \dots; x_2, y_2, z_2, \dots) = \theta(x_2, y_2, z_2, \dots) - \theta(x_1, y_1, z_1, \dots)$$

式(13)清楚地顯示 θ 是一個第一類型的基數指數

接著，從這裡開始，Lange 博士關於線性轉換的證明可以被引入，以證明 θ 在尺度和原點是常數之下是獨特的。

再繼續往前介紹相關概念之時，我們可以把 Samuelson 對於要構成只能進行正向線性轉換的基數效用函數所需要的附加條件，在真實世界中出現的可能性或機率所做的評估。他說：

由個人對移轉的序數分類的觀點來看，這個條件的意義是什麼？在一般的情況下這樣的關係(本文作者補充：導致基數效用函數的條件)可以得到滿足嗎？答案是否定的。…絕對沒有任何先驗的理由可以主張個人對第二類型的偏好尺度(本文作者補充：有能力對商品組合的移轉進行偏好排序)應該遵守這個任意的限制。事實上，從無限多種可能的函數關係中一定會抽出任何一個特定關係的機會必須被視為是無限不可能的(infinitely improbable)。¹⁰

在介紹過 Samuelson 如何思考要建構出正向線性轉換後是唯一的基數效用理論所需要添加的相關假設之後。我們接著可以說明只能進行正向線性轉換的基數效用理論的性質。若我們對總效用 $U(x, y)$ 進行正向線性轉換使它變成 $V(x, y)$ ，如以下：

$$(25) \quad V(x, y) = \alpha U(x, y) + \beta, \quad \alpha > 0$$

¹⁰ 英文原文請見本文第一部分「引言」中的註腳。

則 $U(x, y)$ 與 $V(x, y)$ 此時代表相同的偏好(總效用數列數據的效用差值的大小次序相同)，這會衍生出以下的關係式：

$$(26) \quad V_x = \alpha U_x, \quad V_y = \alpha U_y$$

$$(27) \quad V_{xx} = \alpha U_{xx}, \quad V_{yy} = \alpha U_{yy}$$

$$(28) \quad V_{xy} = \alpha U_{xy}, \quad V_{yx} = \alpha U_{yx}$$

因為 $\text{sign}V_x = \text{sign}U_x$ 與 $\text{sign}V_y = \text{sign}U_y$ ，所以正向線性轉換前後的總效用函數所對應的邊際效用的正負符號相同；但是因為 $V_x \geq U_x$ 與 $V_y \geq U_y$ ，所以邊際效用數值大小可能不相同，這表示邊際效用在序數效用分析法中，只有正負符號有意義，而其數值大小沒有意義。另外，更值得注意地，相對於單調轉換之下的分析結果，現在我們得到 $\text{sign}V_{xx} = \text{sign}U_{xx}$ 、 $\text{sign}V_{yy} = \text{sign}U_{yy}$ 、 $\text{sign}V_{xy} = \text{sign}U_{xy}$ 、 $\text{sign}V_{yx} = \text{sign}U_{yx}$ 的結果，即正向線性轉換前後的總效用函數所對應的 U_{xx} 與 V_{xx} 的數值正負符號相同，並且 $U_{xy} = U_{yx}$ 與 $V_{xy} = V_{yx}$ 的數值正負也相同。因此，基數效用理論可救回被序數效用理論所拋棄的常識性的邊際效用遞減法則與 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的替代品與互補品的定義。

正如 Allen (1935) 所正確指出地，正向線性轉換公式中的一個參數 α ，對應於長度測量概念中的「測量單位」(unit of measurement)，而另一個參數 β ，對應於長度測量概念中的「零標記」(zero mark)。因此正向線性轉換就是長度概念所具有的基本性質，基數效用是與長度的概念如公分與公尺一樣的可衡量概念。

這似乎是非常出人意料的结果，Pareto 的公設 1 與公設 2 只是兩個純粹關於偏好只能排序的概念，提出此兩公設的目的就是要強調效用是一種感覺。感覺只能排序大小，不應該可以相加相減或加減之後，還可以比大小的概念。卻萬萬沒有想到兩個偏好排序公設合在一起，再加上一些假設所聯合發揮的效果，竟然如變魔術般地變成效用是如長度一樣是可以衡量的概念。人對效用的衡量能力能夠強烈到或精準到像對公分與公尺等長度概念的衡量能力一樣，這是很難理解與極端難以被接受的概念。其實這也是古典經濟學家如 Jevons、Menger 以及 Walras 等人極力想擺脫的效用理論缺陷，接受基數效用的概念至少類似是走了回頭路，

過去的一切努力似乎等於付諸流水。¹¹

如前所述，Samuelson (1938)主張為了得到(正向線性轉換)基數效用理論所再添加的假設太強烈，因此認為人們的偏好可以以這樣的效用函數來加以刻劃的條件在現實世界中可被滿足的機率是幾近於零，他以「無限地不可能的」(infinitely improbable)的強烈字眼來批評基數效用理論的概念，他自己可能也因而變成一位堅強的序數效用主義者。因此，即使 Samuelson (1974)強烈懷疑 Allen 和 Hicks 在序數效用的前提下所提出的替代互補性定義的合理性，他認為那種定義不只經濟學博士生會喊救命(Bless my soul, I'd never have suspected that. Pray, why?)，也不符合連每一位小學生都知道 (What Every Schoolboy Knows) 的正常的互補性概念，他甚至非常努力地想間接地將 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的替代品與互補品的定義納入序數效用理論的分析架構中，以使那些支持舊定義的人能回到被序數效用主義者驅逐而出的「應許之地」(the promised land)。但即使他是如此地對 Hicks-Allen 所提出的替代互補性定義感到不安，他還一直是一位堅強的序數效用主義者，他對基數效用之下效用是如長度一般可測量的特性極度反感。

由此，你就不難理解或者可以深刻理解為何很多現代個體經濟學的教科書，都將非常正常的邊際效用遞減法則以及 Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto 的替代品與互補品的定義驅逐出其扉頁之中，但卻張開雙臂熱情地擁抱非常怪異的 Hicks-Allen 的替代互補性定義的現象的進一步原因，也就是認為基數的效用如長度的可衡量概念是無法被接受的。

例如，我們在前文的註腳中所提到的，在 Varian (1996) 的 *Intermediate Microeconomics* 書中，你可以找到「邊際替代率遞減」(diminishing marginal rate of substitution)的字眼，以及「技術替代率遞減」(diminishing technical rate of substitution)的用語，但在 650 頁的 Varian (1996)書中，你找不到「邊際效用遞減」的字眼。又如 Jehle and Reny (2011) 的《高等個體經濟理論》(*Advanced Microeconomic Theory*)中，雖然你可以找到一次「邊際效用遞減原理」的用語，但卻是伴隨著非常負面的評價。Jehle and Reny 說「『邊際效用遞減原理』被接受作為一種心理『法則』，需求法則早期的論述是依賴於此法則。這些都是關於人

¹¹ 其實，嚴格地說，此時基數效用是比古典的效用可衡量的概念更強的概念。因為，古典的測量單位或標準測量單位是僅侷限於以「貨幣的邊際效用」為標準的測量單位；然而，基數效用的測量單位是不限於以「貨幣的邊際效用」為標準的測量單位。並且，以「貨幣的邊際效用」為標準的測量單位時，此標準測量單位的概念是其他條件不變之下只變動貨幣數量的概念，而公設 2 是自由度很高的概念，任何兩個商品組合之間的差值，都可以作為標準的測量單位。

類心智的內部運作的非常地或可怕地強烈假設(awfully strong assumption)。」

11 陷入兩難困境的效用理論

從以上關於序數與基數效用理論發展史的簡單介紹與討論中，我們可以了解到，現代兩種主要效用理論各有其嚴重的缺陷，而使現代經濟理論陷入兩難的困境之中，就如 Bernardelli (1934)所說的「此時經濟學到達了十字路口」(At this point economics reaches cross roads.)。如 Bernardelli (1952)所說的「但這…導致了一個非常尷尬的兩難困境。」(But this ... leads to a very awkward dilemma.)。一是勉強地採取序數效用理論的觀點，此時效用具有只能排序大小的優點，而沒有像長度一樣是可以衡量的缺點，但必須放棄一些被廣泛接受的邊際效用遞減等觀念以及建構在其上的相關古典理論，這是一種主張「截肢」的怪異理論；二是無奈地採取基數效用理論的觀點，此時可以保留被廣泛接受的邊際效用遞減等觀念與對應的相關古典理論，但必須接受效用像長度一樣是可以衡量的非常強烈的概念，而走向古典效用理論效用可衡量的老路。這兩條理論的道路都是有很大缺失的理論大道。

經濟學發展迄今，雖然一些頂尖經濟學家竭盡所能，但還沒能發展出更好的效用理論，可以走出這個兩難的困境。因此一些理論大師堅持序數效用理論，另一些理論大師則堅守基數效用理論，並且這種各自堅持有極大缺陷的理論而呈現分裂敵對狀態的不完美的結局，這種不完美結局似乎已經是歷史的定論，或許一種有趣且諷刺的說法是處於一套用一個經濟學常用的術語——不會再改變的「長期均衡」(steady-state equilibrium)狀態了。如前所述，Bernardelli (1938)就曾感慨地指出：「心理測量的問題及其對經濟理論的影響至今已被證明是最令人費解的謎團之一」。他嘗試提出解決方案，但非但沒有引起共鳴，還因為所使用的總效用的二次微分項的怪異的數學定義，遭到如 Samuelson (1939)、Lancaster (1953)等人的不少冷嘲熱諷。

例如，Bernadelli (1938) 曾在英國倫敦政治經濟學院所發行的《經濟學刊》(*Economica*)中，發表〈邊際效用理論告終了嗎？〉(The End of the Marginal Utility Theory?)的文章，指出「…我還有一句話應該要表達出來。教科書是否有必要重新改寫呢？(Would it be necessary to rewrite the textbooks?)我傾向於認為這樣的看法過於純粹主義。一般來說，要科學脫離一個深入人心的傳統不是一個好建議(忠告)。」他提出邊際效用的另一種定義方式，並申辯說，就只要如此簡單地重新

以另一種方式定義邊際效用的概念，¹²就足以救回邊際效用遞減等概念。

但是，很快地，Samuelson (1939)就撰文指出 Bernardelli 的新做法還是無法通過單調線性轉換後，總效用的二次微分項正負符號會改變的特性。所以 Samuelson (1939)很不客氣地以很傷人的語氣說：「我很害怕，所以，關於 Bernardelli 先生的問題答案是肯定的，教科書仍然需要重寫，而這是一件他多麼希望能夠避免的事啊。」¹³

十多年之後，Bernardelli 並不死心再次重裝出擊，Bernadelli (1952)又在《經濟學刊》(*Economica*)中，發表〈邊際效用理論的復興〉(A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility)的文章，就是在此文中 Bernardelli 於文章一開頭的地方引用安徒生的《國王新衣》故事，指責序數效用理論是「國王的新衣」等級的荒謬理論，並提出兩種不同切入點的新方法，¹⁴企圖在效用是序數不可測量的概念下，救回邊際效用遞減原則。但是再次令他失望的是他的努力並沒有獲得認同。並且因為一些怪異的一次與二次微分項的數學表達方式，再次受到 Lancaster (1953)的毫不留情面地譏笑。

Lancaster (1953)就強烈批評說：

在這期刊最近發行的一期中，Bernardelli 博士嘗試了他形容為〈邊際效用的古典理論的復興〉(A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility)的運動。但是，一點也沒有理論復興的味道，他什麼也沒做，只是以虛有其表和使人誤解的數學迷惑單純的涉世未深的讀者罷了。…從前，也是在這個期刊中，通過構建和操縱一些相當令人難親近的數學函數，Bernardelli 博士也試圖恢復邊際效用的古典理論。在這種情況下，他的企圖受到 Samuelson 教授的批評。…只要古典邊際效用的方法並沒有苦於被現代價值理論所強調的無能或障礙，部分的(古典)經濟理論將是非常精簡的。但是，它真的為這些無能所苦，並且這件事不論 Bernardelli 博士或其他任何人都是無能為力的。(However, it *does* suffer from those disabilities, and

¹² 詳見 Bernardelli (1939)，第 88 頁。

¹³ Samuelson (1939) “I am very much afraid, therefore, that the answer is yes to Mr. Bernardelli's question, and that the text-books still need that rewriting which he hoped so much to avoid.”

¹⁴ 詳見 Bernardelli (1952)，第 256 和 258 頁。

there is nothing that Dr. Bernardelli, or anyone else, can do about it.)…總之，Bernardelli 博士介紹的函數不僅沒有更簡單的傳統處置所擁有的優勢，還有自己額外的缺點。所有現代價值理論對古典邊際效用方法的異議不僅成立，並且在 Bernardelli 博士企圖玩弄戲法之後甚至還變得更強烈。¹⁵

至今，距離 Bernardelli 文章的發表日期，已經又過了 60 個年頭了；如果由 Hicks and Allen(1934)的長文發表之日 1934 年算起，已經超過 80 年了；如果由 Pareto 於 1900 年代初所發動序數效用革命的時間開始算起，已經超過 110 年了，這個經濟學「至今已被證明是最令人費解的謎團之一」的謎團，還是沒有人能成功地解開，而且好像已經沒有現代的經濟學家還對解開這項謎團有興趣或還懷抱著希望的樣子。正如更早的經濟學家 Jevons 有感而發地說「這似乎真的是很奇怪的，經濟學家並沒有投入更多的時間來關注一項主題，這一主題無疑是提供經濟學問題的謎題的真正的關鍵鑰匙…」。¹⁶或許有些人或不少人會認同問題的答案或癥結，就在 Lancaster (1953)所強調的：「這件事不論 Bernardelli 博士或其他任何人都是無能為力的。」

現代個體經濟理論與強調個體基礎的總體理論，因此是建構在很不完美的不穩定的根基上，一般的經濟學家都只是應用經濟學家，其中有一些人並不清楚自己所應用的經濟理論究竟是序數效用理論或是基數效用理論，不知道兩種效用理論有如此重大的缺陷。很多應用序數效用理論的經濟學家並不能清楚地了解到，他們所用的理論連很多經濟學的基本概念都無法解釋；很多應用基數效用理論的經濟學家並沒有明白地認知到，他們所用的理論是在人們對效用的衡量觀念必須有像對長度的超級客觀的衡量能力一樣時才能適用。因此，正如 Bernardelli (1952)所說的：他們自己並不知道「**他們真正在做什麼事。事實上，所有作者一直硬將經濟學的問題強迫性地塞入偏好尺度和邊際替代率的緊身衣中**」。

¹⁵ In a recent issue of this journal, Dr. H. Bernardelli attempts what he describes as “A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility”. Far from rehabilitating the theory, however, he does nothing for it, and merely baffles the unsophisticated reader with specious and misleading mathematics... Once before, also in this journal, Dr. Bernardelli attempted to rehabilitate the classical theory of marginal utility, by constructing and manipulating some rather forbidding mathematical functions. In this case, his attempts were criticised by Professor Samuelson ... It would be very neat for parts of economic theory if only the classical marginal utility approach did not suffer from the disabilities emphasized by the modern value theorists. However, it does suffer from those disabilities, and there is nothing that Dr. Bernardelli, or anyone else, can do about it.

¹⁶ 間接引用自 Allais (1993)。原文為“*It seems strange indeed that economists have not bestowed more minute attention on a subject which doubtless furnishes the true key to the problem of economics...*”。

由 Pareto、Slutsky、Allen、Hicks、Samuelson 以及其他很多參與基礎理論建構與討論的偉大經濟學家所發動與鼓吹的序數總效用理論，因此並沒有真正地實現序數效用革命的長期夢想或理想，並沒有真正擺脫所謂的效用可衡量的緊箍咒或「惡龍」。其實，這隻效用可衡量的惡龍直到現在還是非常地活躍，在很多經濟理論(如具有個體基礎的總體理論的論文)裡不斷現身，並且因為服下偏好排序的靈丹(Pareto 的公設 1、公設 2 加上其他假設)而重生的惡龍，可能比從前更加神通廣大，生龍活虎般地活潑亂跳。

12 批評容易建設難

雖然，兩種效用理論各有嚴重缺失的事實，不為現代很多經常在使用這些效用理論的經濟學家所熟悉。但是，只要有機會了解這件事並提出適當的恰如其分的中肯批評，其實，並不是難事。

Bernadelli (1938) 就曾在〈邊際效用理論告終了嗎？〉(The End of the Marginal Utility Theory?)文章中批評：

舊的(互補性)定義有一個完美的簡單的心理意義。當它似乎不適合數學效用分析的傳統分析工具時，不是貿然得出結論認為它是「毫無意義」(senseless)，反而應該已經得出結論，指出某人的方法是錯的。¹⁷

而在 1952 年的〈古典邊際效用理論的復興〉(A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility)的文章，Bernadelli (1938)批評說：

科學不僅僅是要創造，而且還要保存，並且最可靠保證的進步在於思想具有連續性的清晰可辨路線。必須沒有武斷的和人為的革命。如果變化可以無緣無故地被引入，科學的真理只能無望地自首或屈服於流行的幻想。公眾有權利知道為什麼在過去二十多年裡經濟學的語言已經被改得面目全非(變得無法辨認)，為什麼曾經是教科書的支點或軸心的光亮耀眼的真理已經被拋棄，為什麼再也聽不到主觀價值理論的創造者認為給予他們很大啟示的邊際效用概念，為什麼簡單的互補性商品像麵包和奶油，現今要求第三個維度(存在第三種物品)才能加以定

¹⁷ 英文原文請見本文「引言」中的註腳。

義，為什麼價值理論整體確實已經變形為數學抽象的混亂，混亂似乎以巴洛克式的繁榮逐日增加，並且正迅速成為課堂上的噩夢。

如果所需要的解釋不能到位，大眾有權利恢復到那些簡單的、清晰的和有效的價值理論的公式，這些公式可以在古典的論文中發現，而這些論文可被賦予「不是不相稱」的標題：政治經濟學的常識(The Common Sense of Political Economy)。¹⁸

問題是，就如日常生活經驗所教給我們的人生基本智慧：「反對容易，建設難」。Bernardelli 不能成功挽救邊際效用遞減的概念，Samuelson 不能成功將大家帶回互補性的「應許之地」，這兩件事情就是「批評簡單，建樹難」的突出例證。直至今日，還沒有經濟學家能提出能容納邊際效用遞減原則與傳統的互補性定義的序數效用理論。

Herbert Simon (1997a)就曾在〈Methodological Foundations of Economics〉一文中說：「我自己一直批評了四十年了」，但效用極大化的新古典理論還是屹立不搖。很多人認同博學多聞的天才 Herbert Simon 對新古典經濟學是「一套建構在不切實際假設的理論」的嚴厲批評，也強力主張應發展出另一套切合實際的「人是有限理性」的經濟理論。但卻惋惜於 Herbert Simon 與其他偉大經濟學者迄今從來沒有人能成功發展出一套優雅的、一致性很高、可以廣泛應用於分析各種經濟現象的新經濟學分析典範。非但如此，更諷刺與戲劇性地，我們常觀察到的不斷上演的劇目是：很多原先意圖要批評新古典理論的研究卻在不自覺地走入新古典經濟學的思想理路中。

因此，即使你同意 Herbert Simon 對新古典主義經濟學與經濟學家的冷嘲熱諷，¹⁹但新理論在哪裡呢？如果沒有出現新的分析典範，這種爭吵，再爭辯四十年或八十年，可能也不能脫離此困境，可能只好一直吵下去。因此，當前經濟學最重要的研究任務，應該是如最偉大的科學哲學家孔恩(2004)其曠世巨作《科學革命的結構》中，所強調的尋找新的分析典範的「科學革命」。

但是，就如發展「否證論」的知名科學哲學家 Karl Popper，也認為在實務上

¹⁸ 英文原文請見本文「引言」中的註腳。

¹⁹ 關於 Herbert Simon 對新古典理論的批評，可參考 Simon (1997b)，〈行為經濟學的序言〉(Preface to Handbook of Behavioral Economics)。

要出現新理論才可能真的將舊理論否證掉，在出現新理論之前已被證據否證的舊理論通常是不會被拋棄的。²⁰這或許多多少少可以說明，很多經濟學家不信任新古典經濟理論，但為了做研究還是不得不應用新古典分析典範來進行孔恩所謂的「解謎」的「常態科學」活動的部分原因。

又如 Herbert Simon (1989)在〈經濟科學的狀態〉(The State of Economic Science)一文中所說：「自然應該會痛恨真空，展示一項理論在實證經驗上是虛假的，正如經濟選擇的標準理論非常肯定是虛假的，似乎留下一大片(理論的)真空。有什麼可以用來填補呢？」(Nature is supposed to abhor vacuums, and the demonstration that a theory is empirically false, as the standard theory of economic choice most certainly is, appears to leave a large vacuum. Is there anything to fill it?)著名的經濟史學家 Mark Blaug (1992)也強調至今經濟學家從來沒有發展出一套足以與新古典分析典範互相競爭的新分析架構，你不能憑空擊敗某項東西(理論)，直到新的理論到位否則沒有理由放棄新古典理論。(You cannot beat something with nothing. There is no reason to abandon the (new) classical theory until a new theory is in place.)

事實上，既然沒有一套新的理論可以填補拋棄新古典理論後的真空，「自然痛恨真空」，這也難怪你怎麼用力丟也丟不掉極大化總效用的新古典理論。

例如在回應由法國學生所發動的呼籲經濟學進行改革的呼聲時，Solow (2001)於發表於法國《世界報》(*Le Monde*)的文章中提到：²¹

…我認為新古典理論是立基於一組特定的假設。最重要的往往是：家庭和企業是極大化明確的長遠目標的理性行為者...這些假設已取得標準假設的地位，正是因為他們是實際且容易使用的。有時，他們取得有用的結果。放寬這些假設是困難的，通常涉及更複雜的理論表述、更先進的數學和比較複雜的計算...我不知道是否學生們也知道這一點。或許他們是完全相信存在可以以更迅速和優雅的方式來解決最困難的問題的不同的替代性方法。任何試圖如此做的作為是會受到歡迎的。然而，要被認真看待，任何替代方案都必須遵守邏輯規則、尊重

²⁰ 關於科學哲學家 Karl Popper 的「否證論」，可參考陳瑞麟 (2010) 的書《科學哲學：理論與歷史》。

²¹ 關於經濟學學生運動的相關文獻，可參考 Fullbrook (2003)所編輯的書籍《經濟學的危機：後自閉經濟學運動：從第一天到第 600 天》(*The Crisis in Economics: the Post-autistic Economics Movement: the First 600 days*)，以及林忠正(2014a, 2014b)的相關文章。

事實和謹慎有節制的。總之：一個好的模型應該在只涉及少數假設下能夠解釋很多事實。假設物體有向下掉落的傾向，並不能精緻化地心引力理論！我不相信到今天為止有任何「替代方法」已滿足這些標準。我們可以懷疑新古典經濟學的批評者並沒有提出可以用當前可得的最好量化技術來加以實證測試的特定明確的替代假說。²²

總之，結論是至今經濟學界尚未提出具有說服力而能被廣泛接受的新理論。

13 充滿英雄人物下的不完美的結局

理解到這兩種效用理論都存在著嚴重缺陷，你可能會納悶地問道：那怎麼辦呢？經濟學的個體選擇理論難道沒有存在更理想的居於起始點的關鍵地位的效用理論嗎？難道沒有存在有兩者的優點但同時沒有其缺點的理論嗎？

這看來似乎已可確定為一項不可能的任務了！這是為什麼呢？

首先，因為消費者要做出預算分配的決策時，必須對其選擇的標的進行偏好排序，選擇的標的就是選項組合，選項組合對應的就是總效用的概念。此時對總效用函數進行單調轉換，不會改變消費者對總效用(選項組合)的偏好次序。

其次，要保留邊際效用遞減的概念，必須對兩項選項組合的變化或移轉(transitions or increments)進行偏好排序，選項組合的變化或移轉對應的就是邊際效用的概念。對選項組合或預算分配組合的變化或移轉進行排序，可對應於對邊際效用進行排序的概念。此時對邊際效用函數進行單調轉換，也不會改變消費者對邊際效用的偏好次序。

第三，但要對總效用與邊際效用同時進行排序，並且再加上 Samuelson 所謂的「無限地不可能的」(infinitely improbable)的「串聯條件」才叫基數效用。此時，總效用函數只能進行正向線性轉換，才能同時保持消費者對總效用與邊際效用的偏好次序。

這三件事是在要保留邊際效用遞減的概念下，使消費者能進行預算分配決策時所必須同時考慮的三件事，即所必須同時做到的三件事。事實上，這三件事也的確在效用理論發展的歷程中被一些領導性的經濟學家同時考慮進去了，所以，

²² Solow 的文章，可參考林忠正(2014c)的譯文與評論。

似乎該做的討論都討論了，該做的分析都分析了。看來，能做的事都已經做了。這問題已經結束了，這個問題看來已經走入死胡同了。

更何況當時涉入此問題的經濟學家，都是當時最頂尖的經濟學家，如 Pareto、Hicks、Samuelson、Morgenstern、von Neumann、Schumpeter、Debreu、Arrow、Stigler、Knight、Wallis、Friedman、Schultz、Lancaster、Allais…等世界級的人物，其中很多人都是諾貝爾經濟學獎的得主，如果還有更好的解決方法也一定會被發掘出來了。因此，經濟學家似乎已經放棄還存在著可能有圓滿解決方案的希望，並且已經接受一種不完美的結局，甚至是一種具有重大缺陷的結局了。

這似乎驗證了 Lancaster (1953)所強調的：「這件事不論 Bernardelli 博士或其他任何人都是無能為力的。」

那面對經濟學處於最根本性的基石位階的效用理論有嚴重的缺失，經濟學家所抱持的態度，顯然不是 Karl Popper 所主張的實證主義的否證說的觀點，即只要找到理論所不能解釋的關鍵案例，就表示理論是錯誤的觀點。

在描述普林斯敦高等研究院的傑出科學家的研究故事的一本書《柏拉圖的天空：記錄大師的事蹟》中，來自牛津的天文學家賓尼(James Binney)曾說：「在天文物理的領域裡，如果發現一項錯誤，我們可能會開始緊張；如果發現兩項錯誤，那…或許我們就該對整個問題採取一個截然不同的看法。」(p.285)

但經濟學家在面對兩種主要效用理論都有嚴重缺陷的難題時，所抱持的態度似乎是與天文物理學家的科學態度是不一樣的；經濟學家對異常現象或錯誤的態度，似乎比較像小說家對文學所抱持的態度。「哪些部分已被充分處理過不必再講，哪些部分已一再證實無力處理是小說思考和書寫的合理限制，哪些又因現實世界的推移，已然被人們普遍丟失遺忘不復看在眼裡等等…」(P.57)。²³換句話說，這些嚴重的缺失已經可以視為是效用理論的合理限制了。

14 如何進行重建

促成序數效用理論革命蓬勃發展的一項關鍵因素，肇因於 Allen 和 Hicks 對互補性定義的質疑，但是舊的(互補性)定義不只具有一個完美簡單的心理意義，並且對不少經濟學家來說，至少對於敵對陣營的 Bernardelli 與相同陣營的 Samuelson 來說，Allen 和 Hicks 也沒能夠提出具有普遍說服力的新定義。另外，

²³ 此段話引用自《唐諾在咖啡館樂見 14 個作家》，作者唐諾(2012)，聯經。

序數效用革命主張放棄邊際效用遞減原則，但這項原則卻是非常正常與持久的概念，也是古典價值理論的核心假設，在經濟文獻中我們可以發現亞里斯多德、邊沁、Bernoulli、邊際效用三傑、Marshall、Allais…等很多人，都曾提出邊際效用遞減的實例與概念。

由這兩點來看，雖然效用是序數可衡量的概念(即只能排序的概念)是非常合理的，但序數效用理論由 Allen 和 Hicks 等人所展開的對古典效用理論的重建方向，即必須從經濟理論中剔除掉舊的(互補性)定義與邊際效用遞減原則，實在令人深感疑惑，因為這種重建方向違反常識。正如 Rothbard (1956)既傳神又貼切的批評「在 20 世紀 30 年代初由 Hicks 和 Allen 所領導的序數效用主義者的叛軍，覺得有必要推翻邊際效用本身以及可測量性的概念。他們，如此的作為，等於是將效用的嬰兒與基數的洗澡水一起倒掉。」²⁴。效用是序數的概念是對的，但邊際效用遞減等概念也是對的，這兩項正確的概念不能並存，表示序數效用革命的立足點或出發點可能出了問題，也就是序數效用可能適用於不恰當的對象(指不應該直接用在總效用或無異曲線上而應該直接立基於邊際效用之上)，可能序數效用理論的出發點假設或第一項假設就出了差錯，因而一開始就走上錯誤的價值理論的重建道路。

這也使得序數效用革命所帶來的一些主要的相關概念，沒有辦法被經濟學界所普遍接受。不只很多經濟學家在理念上不同意放棄邊際效用遞減等概念，事實上，有很多經濟學家在實際應用上也無法放棄邊際效用遞減等概念。例如，在總體經濟學、成長理論、國際金融理論、預期效用理論(為了定義風險態度)、以及其他各式各樣的模型常需要採取如消費的邊際效用遞減等假設，這通常是為了確保最適化的二階條件成立或為了賦予經濟模型更豐富的經濟內涵等目的而採取的假設。²⁵而在知情或是不知情的情況下，這些理論應用學家採取了在預算限制下極大化總效用的分析架構，也就是採取了有嚴重缺失的基數效用的概念。這顯

²⁴ 英文原文請見本文「引言」中的註腳。

²⁵ 這類型的文章非常地多，真可謂汗牛充棟，例如，Aghion, P. and Howitt, P. (1992), Amsden, A., (1989), Azariadis, C. and Smith, B. D. (1993), Bagehot, W. (1991), Barro, R. (1991), Barro, R. and Sala-i-Martin, X. (1995), Baumol, W. J., (1986), Bencivenga, V. and Smith, B. (1991), Burside, C. (1996), Cass, D. (1965), DeLong, J. B. (1988), Diamond, P. A. and Fudenberg, D. (1989), Edwin, B. (1980), Feenstra, R. C., (1996), Greenwood, J. and Jovanovic, B. (1990), Grossman, G. and Helpman, E. (1990), Harrod, R. F., (1939), Harrod, R. F., (1942), Jones, C., (1995), Krugman, P., (1988), Krugman, P. R. (2009), Mankiw, N. G. *et al.*, (1992), Muth, J. F. (1961), Phelps, E. S., (1961), and Solow, R., (1956), etc.。

示，序數(總)效用其實在很多應用領域中實際上並不適用或未被採用。²⁶

因此，我們可以說「序數效用革命尚未成功，同志仍須努力。」因此，成功實現序數效用革命的理論尚未出現，成功完成序數效用革命的經濟學家也尚未現身。並且，更嚴重與令人驚訝的可能性是，序數效用革命的出發點假設或第一項假設可能就出了差錯，因而在 1930 年代一開始就走上錯誤的價值理論的重建道路。才會在一開始建構新理論的時候，就必須放棄一些最清楚而正常的舊概念。

無疑地，一項兩全其美的理論，必須同時具有兩項特性。第一項特性是效用應該是序數的概念，也就是效用數值是只能排序大小的概念，這是最好的效用概念。「任何經濟學的法則必須以一種它不受效用指數函數的任意選擇所影響的方式來加以建構的。」(Any law in economics must be formulated in a way that it is not affected by arbitrary choice of the utility index function.)²⁷既然效用是序數的概念是對的，所以一個序數效用函數單調轉換後還是可表示同一偏好的概念也是對的。這進一步表示「一次微分項的正負符號有意義而二次微分項的正負符號無意義」，這兩項衍生的觀點也當然都是對的。但是在另一方面，第二項特性是邊際效用遞減與以「交叉邊際效用項」(很容易被想成是「總效用交叉二次微分項」)正負來定義互補性也是對的，這是最基本的經濟學常識。

但是令人深感困惑的一個矛盾焦點是，在現代效用理論中邊際效用遞減法則等概念是基數效用理論的同義詞，是與序數總效用理論不能並存的概念。這項難題的關鍵是因為必須用到或進行單調轉換前後總效用函數的二次微分才能獲得邊際效用遞減的數學項而衍生的難題。突破這個「需要進行二次微分」才能獲得邊際效用遞減的數學式的環節，就是一項兩全其美的理論所面對的最基本的關卡或挑戰。簡單地說，我們需要的效用理論是序數效用理論，所以我們必須承認單調轉換的特性；但是同時，我們也堅持邊際效用遞減等純粹或交叉邊際效用項的概念與後續理論的經濟意義的正確性。那如何能合理地建構出一套兩全其美的理論呢？

這項最基本的關卡或挑戰，肇因於在單調轉換前後的不同的序數總效用函數，所對應的「純粹的與交叉的邊際效用項」(「總效用純粹的與交叉的二次微分項」)的正負符號不能維持固定不變的數學特性。所以，一個解決此問題的正

²⁶ 還有其他重大缺點，例如此理論連在解釋劣等品、炫耀品等經濟學 A、B、C 等級的問題時都會出大問題。

²⁷ 語出 Bernardelli (1938)。

式出路，就是要建構一套只需要進行單調轉換後一次微分項的理論，而不需要用到必須進行單調轉換前後的不同的序數效用函數的「第二次微分」的理論，就能獲得邊際效用遞減所對應的數學式。怎樣可以擁有邊際效用遞減(或遞增)的概念，但此概念卻不是來自總效用的第二次微分呢？一個方法就是邊際效用遞減(或遞增)的概念是來自於邊際效用的一次微分，而不是來自總效用的二次微分，也就是我們需要一套直接以邊際效用為出發點的效用理論，即放棄以總效用理論為出發點的序數效用理論，而建構一套「序數邊際效用理論」，來取代 Pareto-Slutsky-Hick-Allen 的「序數總效用理論」。

停下來稍微想一想，或許你會同意，消費者的最適行為其實是建構在邊際效用的條件之上，由總效用出發必須經過邊際效用與其價格之比相等的消費者均衡條件的關卡，才得到消費者的最適選擇條件，邊際效用而不是總效用才是提供經濟學問題的謎題的真正的關鍵鑰匙。邊際效用才是經濟決策的核心與出發點。(從總效用出發開始進行消費者行為分析，一定得經過邊際條件；但反過來，從邊際均衡條件開始進行分析，則不需要經過總效用的關卡。所以由邊際效用出發是比從總效用出發更省力與更聰明的決策方式。)

古典的邊際三傑中的 Jevons 也曾表達類似的看法，Moscati (2013) 就曾強調說：「就像其他早期邊際主義者一樣，Jevons (1871, 61-68) 假定每種商品的邊際效用終將下降。Jevons 的經濟理論顯著地依賴這一假設，但這並不意味著他的推理是建立在總效用是可以區段或間隔(interval)衡量的或基數效用分析的概念上。事實上，對於他來說，邊際效用，而不是總效用，才是『轉動整個經濟理論』的關鍵概念 (61-62)。邊際效用決定了商品如何於不同的用途之間進行分配、商品之間的交換法則、以及勞動的報酬。總效用在經濟上重要性是居於次要的地位的，並且通常，它比邊際效用更難以評估 (61)。」

由 Pareto 所發起的序數效用革命是導源於無異曲線偏好排序概念的啟發，即位處於愈高位置的無異曲線表示愈高的偏好位階，給予不同無異曲線的效用數值只有大小次序有意義但數值差異沒有意義，這就是一種從總效用出發的理論。每一條無異曲線所對應的就是一個總效用，由無異曲線出發的理論就是由總效用出發的理論。但能納入邊際效用遞減等常識性概念的序數效用理論，也就是能真正成功實現序數效用革命的理論卻是必須放棄總效用概念，也就是必須放棄無異曲線概念的理論，即必須放棄直接極大化總效用的理論。必須放棄直接極大化總效用的理論，這表示我們必須改變經濟模型的外貌或外在表示方式，這不只會劇烈

地改變個體選擇理論的外貌，也會改變個體理論或價值理論的一些相關的內涵。也就是個體選擇理論必須再進行一次真正的正確地重建。

序數效用革命導源於無異曲線的啟發，但要完成序數革命的理論卻是必須放棄革命的源頭：無異曲線理論。一方面，這充滿矛盾性與諷刺性，另一方面，這或許也就是為何要完成序數效用革命會如此困難的其中一項癥結。

就如，Mark Blaug (2001)所說的：「我們目前的經濟理論，並非早就注定的。假若幾年前，經濟學在關鍵的岔點上，選擇了另一個轉折，那我們今天有可能就會鼓吹不同的經濟理論。」在此，我的意思是若選擇由邊際效用而不是由總效用(無異曲線)出發來建構序數效用理論，我們今天有可能就會採用或鼓吹一套不同的經濟理論。

但即使能夠突破此癥結問題，可能還不是要成功解決此兩難困境的最大困難。事實上，費盡心思地想要尋覓出一條突破兩難困境之路的 Bernardelli (1952 與 1954)，就曾經嘗試以「放棄總效用而由邊際效用出發」的提案來尋求兩全其美的理論，但沒有成功。Bernardelli 的經驗顯示，要建構合理的兩全其美的理論，單單以「邊際效用取代總效用作為個體決策出發點」的概念，還不足以構成達成終極目標的康莊大道。看樣子，必須是要同時能引進更有新意的概念的重建工程才能成功完成序數效用革命的不可能任務。²⁸

就如，在數學的領域中，要如何解決一些重量級的臆測，如費馬臆測(費馬定理)與黎曼臆測等，之所以是非常重要的研究題材。其中一個關鍵原因是，要成功解出這些臆測，所需要的技巧，「不是寫下眾人常忽略的一兩行式子，就可以得證，而是不得不發展出一套全新的數學支派不可。」

就像 Bell (1998)所著的《大數學家》(*Men of Mathematics*)中所說的「證明這些臆測之所以重要，是因為要證明這些臆測之前，得先證出其他更大更深的定理，那是個浩大的工程。如果只是很投機取巧地證明，沒有建立任何新的學說，不太可能獲得人家認同。基本的假設是，如果要證出像費馬定理這類重量級的東西，就不得不發展出一套全新的數學支派不可。但如果只是玩弄技巧，寫下眾人常忽略的一兩行的式子，就可以得證的，此時，別人可能會恭維幾句：「天啊！你真聰明！」之類的話；不過真的算不上什麼偉大的成就。」

²⁸ 對 Bernardelli 的論述有興趣的讀者，可以參考林忠正(2015)所撰寫的一本《經濟學的唐吉軻德 Bernardelli 教授的故事》的初稿。

依據同樣的道理，要成功提出一項兼容序數效用與邊際效用遞減的新理論，應該也「不是寫下眾人常忽略的一兩行式子，就可以得證，而是不得不發展出一套全新的經濟學支派不可。」

這可能就是為何要提出一項兩全其美的新效用理論是如此艱困的真正的癥結所在。其實，更誇張而難以令人相信與接受的是，新理論可能不是必須「發展出一套全新的經濟學支派」，而是野心更大的「發展出一套全新的可取代舊理論的經濟學支派」。

15 重建是瑣碎的變革或一種嶄新的思維

要如何克服這項「心理測量的問題及其對經濟理論的影響至今已被證明是最令人費解的謎團之一」呢？就我有限的知識所知，經濟學家至少抱持著三種不同的態度，可以分別以 Lancaster、Bernardelli、以及 Solow 的觀點來加以呈現。

Bernardelli 的看法是這是一件「沒有任何嚴重的困難」的事。例如，Bernardelli (1938)曾說：

…在沒有任何嚴重的困難之下，我們可以將邊際效用與 Pareto 假設相接軌。…一種將不可測量的心理幅度導入均衡方程式的新的修正過的方法將會被提出，不需要放棄任何可以被聲稱為經濟學的合法命題或主張，也不需要使用第二個公設，因此可以免除老方法遭遇反對的特色。²⁹

又如，Bernardelli (1952)曾說：

目前的信念是一個簡單單純的，剛開始很難察覺的不顯眼的錯誤所導致的結果，但一旦它已被體認出來真的是相當瑣碎和容易被消除的。³⁰

²⁹ It will be shown in what follows that this fortunately is not the case, that quite on the contrary it presents no serious difficulty to bring the marginal utility concept into line with Pareto's postulate. In part III a new modified way of introducing immeasurable psychological magnitudes into the equations of equilibrium will be proposed which, without giving up any proposition that can be claimed as legitimate possession of economics, does not use the second postulate and is therefore free from the objectionable features of the old method. Before we turn to this proposal, however, a careful investigation is required to discover precisely the point where the traditional method fails.

³⁰ Yet he will establish the point that the current beliefs are the result of a simple, inconspicuous error which at first is difficult to spot, but which is really quite trivial and easily eliminated once it has been recognised.

相反地，另一種極端的態度是，如前文中所強調的 Lancaster (1953) 的態度：「這件事不論 Bernardelli 博士或其他任何人都是無能為力的。」

另外一個，或許是更中肯而成熟的態度，是如前文中 Solow (2001) 於發表於法國《世界報》的文章中提到的觀點是：

…放寬這些假設是困難的，通常涉及更複雜的理論表述、更先進的數學和比較複雜的計算…任何試圖如此做的作為是會受到歡迎的…我們可以懷疑新古典經濟學的批評者並沒有提出可以用當前可得的最好量化技術來加以實證測試的特定明確的替代假說。

我的研究心得則歷經了類似於這些不同觀點的轉折。我原先的看法與 Bernardelli 相同，以為解決這個問題的方法，其實是很簡單的事。我認為只要由現實生活出發，就能建構出一套符合個人生活經驗的新理論。

但是，後來，我才深刻體會出要建構出此理論的根基是相當困難的事，正如 Solow 所說的「放寬這些假設是困難的，通常涉及更複雜的理論表述、更先進的數學和比較複雜的計算...」。也就是，後來我的研究心得帶來不同的看法，我現在認為：「要解開這個謎團需要一個全新的概念。」這正回應了 Solow 的看法。

要提出能容納邊際效用遞減原則與傳統的互補性定義的序數效用理論，就好像要解釋例如「天空是藍色的」或「蘋果為什麼會往下掉」所需要的不是一個突發奇想的新概念，是一套深入而淵博的新的知識體系。

這也正如我們前面提到的在數學的領域中，要如何解決一些重量級的臆測，如費馬臆測(費馬定理)與黎曼臆測等，之所以非常重要。其中一個關鍵原因是，要成功解出這些臆測，所需要的技巧，「不是寫下眾人常忽略的一兩行式子，就可以得證，而是不得不發展出一套全新的數學支派不可。」

同樣地，要成功提出一項兼容序數效用與邊際效用遞減的新理論，應該也「不是寫下眾人常忽略的一兩行就可以得證的式子，而是不得不發展出一套全新的經濟學支派不可。」

怎樣一次解決全部的這些問題？這不是不從根本之處開始變動或挑戰核心假設，而只是「東補西補」地更動輔助假設所能做到的事。這說明經濟學需要新

的分析或思考架構。

16 來自台灣的聲音：個體決策的另一種思維方式

我們正嘗試發展一種新的效用理論—拋棄序數與基數效用概念的「第一個假設」，也就是經濟個體有能力對不同的選項組合的效用進行排序—而由比較一項選擇行為的「一得」與「一失」的角度出發，來建構新的效用理論。

我們假設或主張，一項選擇行為的「一得」與「一失」，如商品與金錢可以是來自兩種不同價值觀(偏好概念或定義域)，所以各自有各自的邊際效用函數，然後我們努力建構出一種新的「跨界的邊際效用理論」來描述與預測個人的選擇行為。這是非常新穎的創新概念，在效用理論的數學證明過程中會涉及比原來的理論更複雜的理論表述、以及更先進的數學概念和比較複雜的計算。³¹

較詳細地說，我與我的研究夥伴所建構的理論，以偏好的角度來詮釋，就是消費者對一項交換或交易行為的「一得」與「一失」進行偏好排序，「一得」來自一種價值觀或偏好尺度並對應出一種序數的「邊際效用函數」，「一失」來自於另一種價值觀或偏好尺度並對應出另一種序數的「邊際效用函數」，然後，消費者以一種跨界的(統合兩種價值觀)偏好或邊際效用的排序思維來比較或權衡「一得」與「一失」高低或大小，以進行序數效用或偏好排序的決策。這種思維與理論，相當不同於建立於一種價值觀的對效用前後的兩項總效用進行排序的現代主流理論。

我們的初步的研究成果顯現，新的效用理論有上述兩種效用理論各自的優點而無其缺點，是更好的理論。並且，雖然在理論的根基上(效用理論的公設證明上)涉及更複雜的理論表述，以及更先進的數學和比較複雜的推論；但在經濟基本模型的表述上，則可以以更迅速和優雅的方式來解釋與預測個人的選擇行為。

由於序數與基數效用理論是現代各式各樣包羅萬象的經濟理論模型的出發點，如果我們真的能成功建構出一套優於現今效用理論的分析法，這表示經濟學將會出現大變革。這表示現代經濟理論必須再重新建構一次，經濟學各領域的教科書也可能必須被重新改寫。

References

³¹ 所以需要跨領域的合作，具體的說，需要數學家來參與經濟學基礎的理論的奠基工作。

- E. T. Bell 原著，井竹君等譯，(1998)，《大數學家》(*Men of Mathematics*)，九章出版社。
- 王道還等譯，(2004)，《科學革命的結構》(*The Structure of Scientific Revolutions*)，遠流出版。
- 林忠正，(2014a)，〈法國經濟學的學生運動〉，民報。
- 林忠正，(2014b)，〈與學生站在同一陣線的法國經濟學教授的聲援〉，民報。
- 林忠正，(2014c)，〈Solow 的回應：經驗主義和數學之間的經濟學〉，未發表短文。
- 林忠正，(2015a)，《經濟學的唐吉軻德 Bernardelli 教授的故事》，撰寫中專書。
- 林忠正 (2015b)，〈序數與基數效用理論簡史 I：為何陷入兩難困境的效用理論必須重建？〉，跨界得與失的序數邊際效用分析法(1)，研討論文。
- 唐諾，(2012)，《唐諾在咖啡館樂見 14 個作家》，聯經初版。
- 高景仲、賴建誠譯，(2002)，〈不要談思想史，拜託，我們是經濟學家〉。
- 陳瑞麟，(2010)，《科學哲學：理論與歷史》(*Philosophy of Science: a theoretical and historical introduction*)，台北市：群學。
- 邱顯正譯，(1992)，《柏拉圖的天空—近代科學大師群像》(*Who Got Einstein's Office?*)，台北：天下文化。
- Allais, M. (1993) “History, Empirical Findings, and Applications: An Overview,” In Allais, M., and Hagen, O. eds., *Cardinalism*, Vol. 19, pp. 65-103, Springer Science and Business Media.
- Allen, R.G.D. (1935) “A Note on the Determinateness of the Utility Function,” *Review of Economic Studies*, 2, pp. 155–158.
- Alt, F. (1936) “Über die messbarkeit des nutzens,” *Journal of Economics*, 7:2, pp. 161-169.
- Alt, F. (1971) “On the Measurability of Utility,” In Chipman, J.C. et al. eds., *Preferences, Utility and Demand*, pp. 424–31, Jovanovich.
- Aghion, P. and P. Howitt (1992) “A Model of Growth through Creative Destruction,” *Econometrica*, 60:2, pp. 323-351.
- Amoroso, L. (1921) *Lezioni di economia matematica*, N. Zanichelli.

- Amsden, A. (1989) *Asia's Next Giant: South Korea and Late Industrialization*, New York: Oxford University Press.
- Azariadis, C. and B.D. Smith (1993) "Adverse Selection in the Overlapping Generations Model: The Case of Pure Exchange," *Journal of Economic Theory*, 60:2, pp. 277-305.
- Bagehot, W. (1991) *Lombard Street: A Description of the Money Market*, Philadelphia: Onion Editions.
- Barro, R. (1991) "Economic Growth in a Cross Section of Countries," *Quarterly Journal of Economics*, 106:2, pp. 407-443.
- Barro, R. and X. Sala-i-Martin (1995) *Economic Growth*, New York: Macmillan.
- Baumol, W.J. (1986) "Productivity Growth, Convergence and Welfare: What the Long-run Data Show," *American Economic Review*, 76:5, pp. 1072-1085.
- Bencivenga, V. and B. Smith (1991) "Financial Intermediation and Endogenous Growth," *Review of Economic Studies*, 58, pp. 195-209.
- Bernardelli, H. (1934) "Notes on the Determinateness of the Utility Function, II." *Review of Economic Studies*, 2, pp. 69-75.
- Bernardelli, H. (1938) "The End of the Marginal Utility Theory?," *Economica*, 5:18, pp. 192-212.
- Bernardelli, H. (1952) "A Rehabilitation of the Classical Theory of Marginal Utility," *Economica*, 19:75, pp. 254-268.
- Blaug, M. (1992) *The Methodology of Economics: Or, How Economists Explain*, Cambridge University Press.
- Blaug, M. (2001) "No History of Ideas, Please, We're Economists," *Journal of Economic Perspectives*, 15:1, pp. 145-64.
- Bowley, A.L. (1924) *The Mathematical Groundwork of Economics: An Introductory Treatise*, Oxford.
- Brown, E.P. (1934) "Notes on the Determinateness of the Utility Function: I," *The Review of Economic Studies*, 2:1, pp. 66-69.
- Burside, C. (1996) "Production Function Regressions, Returns to Scale and Externalities," *Journal of Monetary Economics*, 37, pp. 177-201.

- Cass, D. (1965) "Optimal Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation," *Review of Economic Studies*, 32, pp. 233-240.
- Delong, J.B. (1988) "Productivity Growth, Convergence and Welfare: Comment," *American Economic Review*, 78:5, pp. 1138-1154.
- Diamond, P.A. and D. Fudenberg (1989) "Rational Expectations Business Cycle in Search Equilibrium," *Journal of Political Economy*, 97, 606-619.
- Edwin, B. (1980) "Some Conceptual Issues in Rational Expectations Modeling," *Journal of Money, Credit and Banking*, 12:4, pp. 800-816.
- Feenstra, R.C. (1996) "Trade and Uneven Growth," *Journal of Development Economics*, 49, pp. 229-256.
- Fullbrook, E. (2003) *The Crisis in Economics: The Post-autistic Economics Movement: the First 600 days*, Vol. 22, Psychology Press.
- Greenwood, J. and B. Jovanovic (1990) "Financial Development, Growth and the Distribution of Income," *Journal of Political Economy*, 98, pp. 1076-1107.
- Grossman, G. and E. Helpman (1990) "Comparative Advantage and Long-run Growth," *American Economic Review*, 80, pp. 796-815.
- Harrod, R.F. (1939) "An Essay in Dynamic Theory," *Economic Journal*, pp. 41-33.
- Harrod, R.F. (1942) *Toward a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and their Application to Policy*, London: Macmillan.
- Hicks, J.R. and R.G.D. Allen (1934) "A Reconsideration of the Theory of Value," *Economica*, NS, 1: 52-76, 196-219.
- Hudík, M. (2014) "Reference-Dependence and Marginal Utility: Alt, Samuelson, and Bernardelli," *History of Political Economy*, 46:4, pp. 677-693.
- Jehle, G.A. and P.J. Reny (2011) *Advanced Microeconomic Theory*, Pearson Education India.
- Jevons, W.S. (1871) *The Theory of Political Economy*, Macmillan & Co.
- Jones, C. (1995) "R&D-Based Models of Economic Growth," *Journal of Political Economy*, 103:4, pp. 750-784.
- Köbberling, V. (2006) "Strength of Preference and Cardinal Utility," *Economic*

- Theory*, 27:2, pp. 375-391.
- Krugman, P. (1988) "History versus Expectations," *Quarterly Journal of Economics*, 106, pp. 651-667.
- Krugman, P.R. (2009) *International Economics: Theory and Policy*, 8/E. Pearson Education India.
- Kuhn, T.S. (2012) *The Structure of Scientific Revolutions*, University of Chicago Press.
- Lancaster, K. (1953) "A Refutation of Mr. Bernardelli," *Economica*, 19, pp. 259-262.
- Lange, O. (1934a) "The Determinateness of the Utility Function," *Review of Economic Studies*, 1, pp. 218-25.
- Lange, O. (1934b) "Notes on the Determinateness of the Utility Function: III," *Review of Economic Studies*, 2, pp. 75-7.
- Mankiw, N.G., et al. (1992) "A Contribution to the Empirics of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 107:2, pp. 407-437.
- Moscato, I. (2013) "Were Jevons, Menger and Walras really Cardinalists? On the Notion of Measurement in Utility Theory, Psychology, Mathematics, and Other Disciplines, 1870-1910," *History of Political Economy*, 45, pp. 373-414.
- Muth, J.F. (1961) "Rational Expectations and the Theory of Price Movements," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 315-335.
- Phelps, E.S. (1961) "The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growth Men," *American Economic Review*, 51:4, pp. 638-643.
- Regis, E. (1988) *Who Got Einstein's Office?: Eccentricity and Genius at the Institute for Advanced Study*, Basic Books.
- Rothbard, M. (1956) "Toward a Reconstruction of Utility and Welfare Economics," in Mary Sennholz ed. (Princeton, N.J: D. Van Nostrand, 1956). Reprinted in *The Logic of Action One: Method, Money, and the Austrian School* by Murray N. Rothbard (London: Edward Elgar, 1997, pp. 211-255. Mises.org's online edition copyright.
- Samuelson, P.A. (1938) "The Numerical Representation of Ordered Classifications and the Concept of Utility," *Review of Economic Studies*, 6, pp. 65-70.

- Samuelson P.A. (1939) “The End of Marginal Utility: A Note on Dr. Bernardelli’s Article,” *Economica*, pp. 86-87.
- Samuelson, P.A. (1974) “Complementarity: An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory,” *Journal of Economic Literature*, pp. 1255-1289.
- Simon, H.A. (1989) “The State of Economic Science,” In Werner Sichel, ed., *Views of Six Nobel Laureates*, pp. 97–110, Kalamazoo, MI: W.E. Upjohn Institute for Employment Research.
- Simon, H.A. (1997a) “Methodological Foundations of Economics,” *Models of Bounded Rationality Volume 3: Empirically Grounded Economic Reason*, Cambridge, MA: MIT Press.
- Simon, H.A. (1997b) “Preface to Handbook of Behavioral Economics,” *Models of Bounded Rationality Volume 3: Empirically Grounded Economic Reason*, Cambridge, MA: MIT Press.
- Solow, R. (1956) “A Contribution to the Theory of Economic Growth,” *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp. 65-94.
- Solow, R. (2001) “L’économie entre empirisme et mathématisation,” *Le Monde*, 3.
- Varian. H.R. (1996) *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, W&W Norton.
- von Weizsäcker, R. (1985) “Ansprache in der Gedenkstunde im Plenarsaal des Deutschen Bundestages” am 8. Mai 1985, Presse-und Informationsamt der Bundesregierung (ed) *Erinnerung, Trauer und Versöhnung. Ansprachen und Erklärungen zum vierzigsten Jahrestag des Kriegsendes*, Bonn, 63-82.